

現場のための水理学（５）

—河床変動計算の応用—

中津川 誠 清水 康 行

7. 河床変動計算の応用

われわれは、これまでの解説をとおして、流れや河床変動計算の基本的な考え方を学んできました。また、多くの演習問題をとおして、水深や流速が変わる複雑な流れや、流砂形状の違いをとりこんだ河床の変化も再現できることを理解しました。ところが、実際の河川では山奥に源を発した流れがそのままの流量で延々と海まで達するものは稀で、支川の合流や分流があるのがほとんどです。また、よほどの山奥や未開地はともかく、われわれが扱うべき河川では治水対策上なんらかの手が人為的に加えられております。床止めや帯工などがそのようなものに該当するでしょう。つまり、1本の川が高き所から低き所へと流下するという事実、上にあげたようなさまざまな境界条件を加えたものを考慮して、はじめてさまざまな様相をみせる実河川の姿を再現できるということです。

以上のようなことから、最終章である第7章では、今まで得られてきた流れや河床変動計算についての知識を応用して、より現実に近い河川への適用を試みたいと思います。

なお、このほか実用を目指した河川水理の計算例では、先に河川研究室から出された“パソコンを用いた一次元河床変動計算¹⁾”にも類例が報告されております。内容については、河床材料の粒径がある分布をもっている場合の河床変動計算（混合粒径問題）また河道条件では河幅や勾配が変化する場合、せき上げの影響のあるような計算例も掲載されていますので、参考としていただければ幸いです。

7-1 床止めなどの横断工作物がある場合の計算

河床洗堀の防止など安定河道維持を目的として、床止めや帯工といった作工物が設置される例は多く見受けられます。そのような場合の計算を、以下で考えて見ましょう。

基本的な考え方としては、構造物上での河床変動はた

まることはあっても、装置時の高さより掘れていくことではないという土砂輸送の挙動に従っており、この事実を計算の制約条件の中に取込んでやればよいのです。

簡単のため、流れは常流、流砂形態は掃流砂とします。つまり、計算の際の差分形式は流砂連続式では時間的に前進差分、空間的に後進差分をとることになります。(5-2 節参照)。手順としては、まず、不等流計算をやることになりますが、方法としては、今までのやり方とまったく同様です。ただし、床止め部の粗度は河床の粗度と違うので、マンニングの粗度係数を別途検討評価しなければならないのですが、本解説の中では単純化のため、全川河床の粗度を一定として計算することとします。次に、河床変動計算ですが、ここで先にいったように、一工夫必要です。復習のため、図-7.1のような河道における流砂

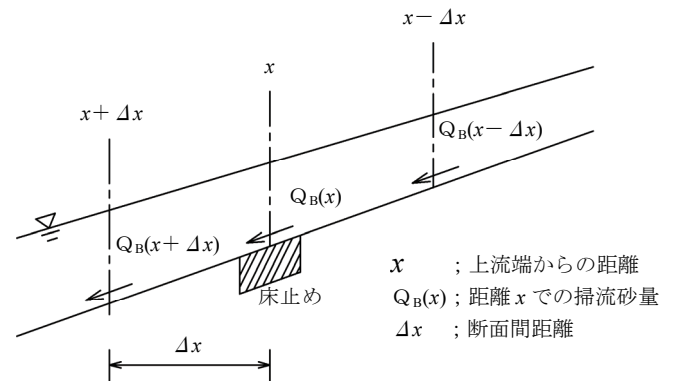


図-7.1 対象河道(床止めを含む場合)

連続式を差分形式で書いてみましょう。(5-1 節, 式(5.9)参照。)

$$\Delta z = \frac{1}{1-\lambda} \cdot \frac{Q_B(x,t) - Q_B(x-\Delta x,t)}{B(x) \cdot \Delta x} \quad \dots\dots\dots (7.1)$$

ここで、 Δz ; 断面 x の河床変動量,

λ ; 河床材料 空隙率 (≈ 0.4),

$Q_B(x, t)$; 断面 x , 時刻 t の全幅掃流砂量,

$B(x)$; 断面 x の断面幅

Δx ; 断面間距離, Δt ; 計算時間間隔, ただし,

x は上流端を原点とし、上流から下流の方向を正とする。(図-5.4 参照)。

ここで求められる Δz が正のとき堆積、負のときは洗掘を意味していることは前に述べました。ところが、断面 x に床止めのある場合は洗掘が起きません。つまり、 Δz が負になるような場合は、強制的に Δz を零にしておく必要があります。そのためには、式(7.1)から一見してわかるように右边を 0 にすべく、

$$Q_B(x, t) = Q_B(x - \Delta x, t) \dots \dots \dots (7.2)$$

これを単位幅流砂量の収支で表わせば、

$$\begin{aligned} B(x) \cdot q_B(x, t) &= B(x - \Delta x, t) \cdot Q_B(x - \Delta x, t) \\ q_B(x, t) &= \{B(x - \Delta x, t) / B(x)\} \cdot Q_B(x - \Delta x, t) \\ &\dots \dots \dots (7.3) \end{aligned}$$

ここで、 $q_B(x, t)$; 断面 x 、時刻 t の単位幅流砂量というように、断面 x の流砂量を設定しなおす必要があります。いわば、床止めがむきだしになっていればそれ以上河床が低下することはない、そのためには 1 つ上流の流砂が全量通過するという収支関係を設定していることになるわけです。なおこのほか、床止め上にいったん土砂が堆積してから掘れていくという状況も考えられますが、このときは、あくまでも床止めの高さを押さえておいて、それ以下には河床が低下しないとの条件を加えてやればよいでしょう。すなわち、

$\Delta z < 0$ 、 $|\Delta z| > \Delta z'$ のとき、 $\Delta z'$ を河床変動量とする。

ここで、 Δz ; 式(7.1)で計算される河床変動量

$\Delta z'$; 現河床高と床止めの高さの差

とします。そして、上記条件に見合う流砂量は式(7.1)より下式で表わすことができます。

$$\begin{aligned} Q_B(x, t) &= -(1 - \lambda) \cdot B(x) \cdot \Delta x \cdot \Delta z' / \Delta t \\ &\quad + Q_B(x - \Delta x, t) \\ &\dots \dots \dots (7.4) \end{aligned}$$

以上のように、床止めを含む河川では河床変動量に条件をつけ、それに即した流砂量を定めてもう一度計算をやりなおしてやることで再現が可能になるわけです。一連の計算条件や手順は、図-7.2、図-7.3 に整理しておきますので、参考にして下さい。

なお、射流の場合も計算の流れや、床止めの扱いは同じです。ただし、不等流計算における逐次計算の向きや流砂連続式の差分法は以前に示したように、適宜変えてやる必要があります。

7-2 合流点を含む場合の計算

河川の水利現象を表わす場合、欠かすことのできないものとして、合流点の問題があります。ところで、合流点の不等流計算を厳密に行う場合、むずかしくいうと、運動量の概念が必要となってきます。すなわち、今まで

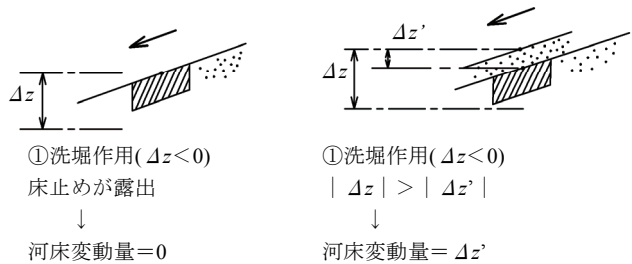


図-7.2 床止め上での制約条件

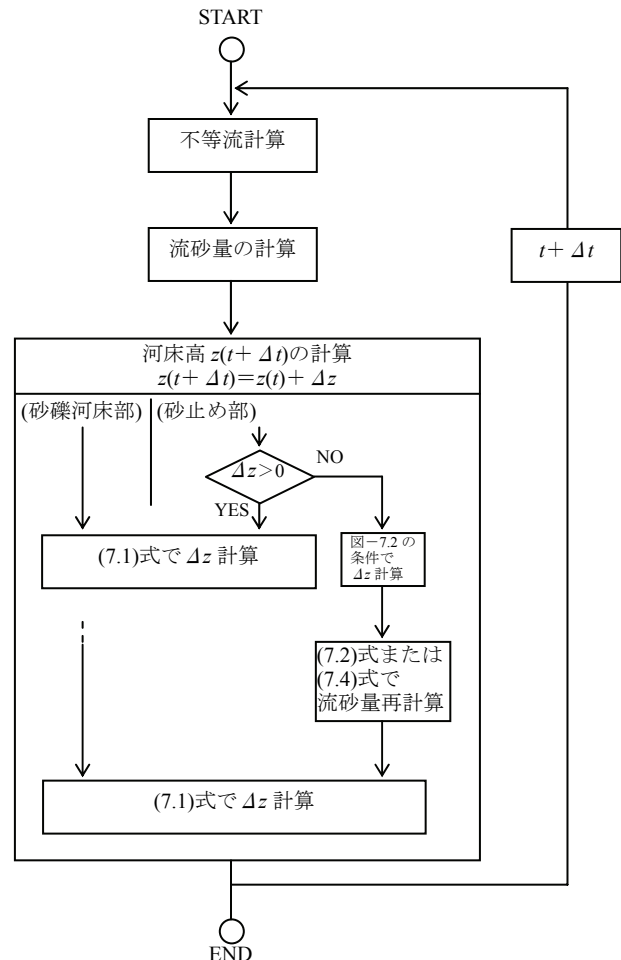


図-7.3 床止めのある場合の計算手順

習得してきたエネルギー収支を表わす方程式は、合流に伴う損失を明確に表現できないという欠点をもっています。しかしながら、本解説の目的たる現場での容易な実用化を目指すとの意味から、複雑な運動量による取扱いを避けた方が無難に思われます。よって、これまで学んできたものを最大限に生かし、無理のない範囲での仮定を設けたいわば試算例という位置づけで解説を行って行こうと思います。

対象としては、図-7.4 に示されるような河川を考えることとします。この場合も考えやすいように、流れは常流、流砂は掃流砂として、まず、流れの計算の手順を示

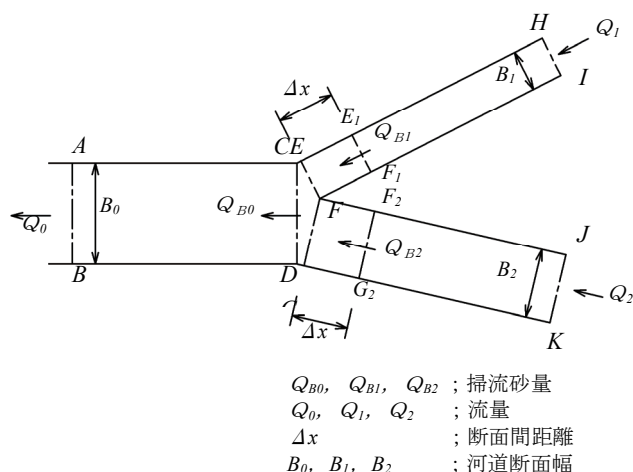


図-7.4 対象河道(合流点を含む)

します。

- ① 本川 $ABCD$ 部分の不等流計算を、下流端水位 H_{AB} を起算水位として行う。
- ② 支川 $EFHI$ 部分、支川 $FGJK$ 部分の不等流計算を、各々の下流端水位 H_{EF} 、 H_{FG} を起算水位として行う。

このとき、合流部の五角形 $CDEFG$ で囲まれた部分の水位は、近似的に等しいと仮定します。すなわち、

$$H_{CD} = H_{EF} = H_{FG} \dots \dots \dots (\text{仮定 1})$$

として、②の計算をやればよいわけです。なお、このとき

$$Q_0 = Q_1 + Q_2 \dots \dots \dots (7.5)$$

ここで、 Q_0 ; 合流後の流量、 Q_1 、 Q_2 ; 合流前の流量で示される連続条件が満たされています。

次に、河床変動計算ですが、これについては、

- ③ ①、②から求められた水理量、河床材料の性状より流砂量 Q_B を算出する。
- ④ 流砂量 Q_B の収支から、河床変動計算を行う。

このとき、合流点処理ですが、

断面 E_1F_1 の流砂量 Q_{B1} と、断面 F_2G_2 の流砂量 Q_{B2} が断面 CD の流砂量 Q_{B0} と連続条件を満たす。
 $\dots \dots \dots (\text{仮定 2})$

とします。また、このときの対象断面間距離としては、断面 EF と断面 E_1F_1 ないし断面 FG と断面 F_1G_1 の距離を考えることとします。計算上の便宜上、両者は同一にしておいた方がよいでしょう。

以上のことを勘案して、合流部 CD の河床変動量を算出するための流砂連続式は、

$$\Delta z = \frac{1}{1-\lambda} \cdot \frac{Q_{B0} - (Q_{B1} + Q_{B2})}{B_0 \cdot \Delta x} \dots \dots \dots (7.6)$$

ここで、 Δz ; 断面 CD の河床変動量、 Δx ; 断面間距離、 λ ; 河床材料空隙率、 B_0 ; 断面 CD の断面幅、

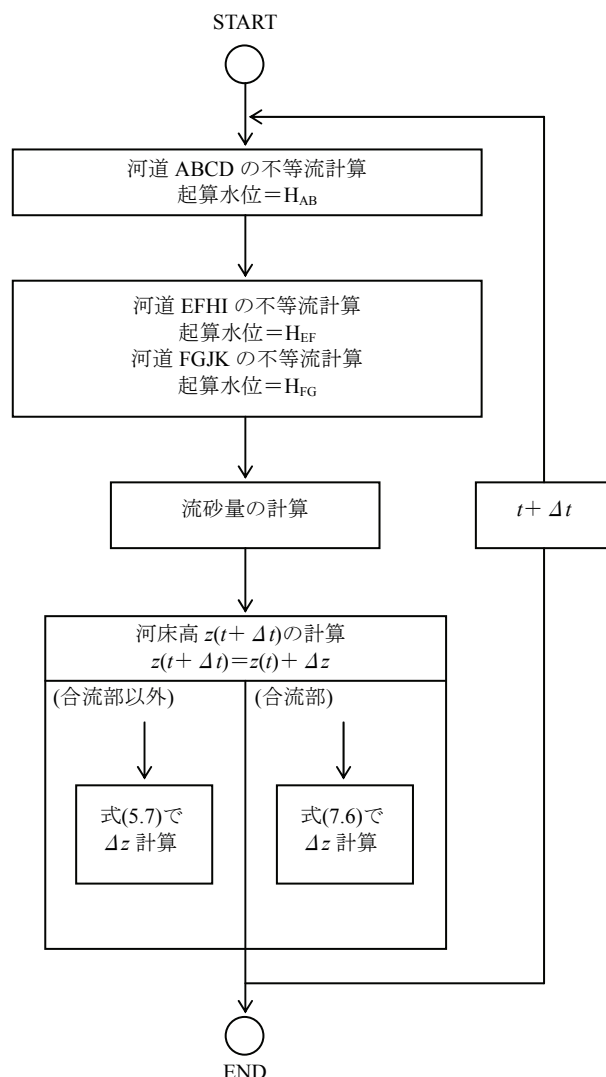


図-7.5 合流点のある場合の計算手順

Q_{B0} ; 断面 CD の流砂量、
 Q_{B1} ; 断面 E_1F_1 の流砂量、
 Q_{B2} ; 断面 F_2G_2 の流砂量、

と表すことができます。すなわち、式 (7.6) は平面 $CDEFG$ 内では河床変動量が同一という条件が満たされることを意味し、これは、先に掲げた (仮定 2) をいい換えたものにほかにありません。

以上、合流点を含む河川の計算手法を示してきましたが、この手順を図-7.5 に整理しておきます。前にも述べたように、合流時は渦によるエネルギーの逸散など不明確な点があり、1 次元的に流れを捉える場合、どうしても合流部の水理現象に仮定が必要となってきます。本法では、これを五角形 $CDEFG$ の水理現象は、その中のいたるところで均等に生じ、しかも下流側断面 CD のそれに規定されるとの仮定を設け、計算の単純化、簡易化を図っているわけです。

表-7.1 演習問題 21 における河道条件

河口からの距離(km) K.P.	河 幅(m) B	河床高(m) z
0	300	-2.0
0.2	300	-1.6
0.4	300	-1.2
0.6	300	-0.8
0.8	300	-0.4
1.0	300	0.0
1.2	300	0.4
1.4	300	0.8
1.6	300	1.2
1.8	300	1.6
2.0	300	2.0
2.2	220	2.4
2.4	220	2.8
2.6	220	3.2
2.8	220	3.6
3.0	220	4.0
3.2	220	4.4
3.4	300	4.8
3.6	300	5.2
3.8	300	5.6
4.0	300	6.0
4.2	300	6.4
4.4	300	6.8

(演習問題 21)

河口からの距離および川幅が表-7.1 に示されるような河口において、流量 $1,000\text{m}^3/\text{s}$ が 48 時間流下した場合の河床変動量を求めよ。

ただし、河口水位を 0m (一定)、河床材料の粒径 $d=2\text{cm}$ 、粗度係数 $n=0.025$ 、流砂は掃流砂のみとし、流砂量式は $q_B/\sqrt{sgd^3}=8(\tau_*-\tau_{*c})^{1.5}$ を用いること。また、断面は矩形とする。

- ① 上流端での流砂量は、動的平衡状態である。(すなわち、上流端の河床変動はない)として計算せよ。
- ② 上流端にダムがあるとして計算せよ(ダム地点では流砂量=0)
- ③ 上記①において、K.P.2.6 地点に床止めがある場合の計算をせよ。
- ④ 上記①において、K.P.2.2, 2.6, 3.0 に床止めがある場合の計算をせよ。

〔演習問題 21〕

(1) 考 え 方

本文を参照されたい。

(2) 実際の計算

河床変動計算については、前出の「現場のための水理学(3)」の演習問題 15 を参照していただくとして、ここでは、本文で考え方を示した床止め上の計算について説明を行う。

問題③において、流量 $1,000\text{m}^3/\text{s}$ が 6 時間流下したときの K.P.2.6 における q_B は、(4.10)式により、

$$\begin{aligned} q_{B14} &= 8(\tau_{*14} - \tau_{*c})^{1.5} \sqrt{sgd^3} \\ &= 8(0.11875 - 0.05)^{1.5} \sqrt{1.65 \times 9.8 \times 0.02^3} \\ &= 1.64 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

同様に、No.15 (K.P.2.8) における q_B は、

$$\begin{aligned} q_{B15} &= 8(0.10614 - 0.05)^{1.5} \sqrt{1.65 \times 9.8 \times 0.02^3} \\ &= 1.21 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

よって、断面 No.14 の河床変動量 Δz_{14} は、

$$\Delta z_{14} = -\frac{1}{1-\lambda} \cdot \frac{q_{B14} \cdot B_{14} - q_{B15} \cdot B_{15}}{\Delta x \cdot B_{14}} \cdot \Delta t$$

ここで、 $\lambda=0.4$ 、 $t=600$ 秒、 $B_{14}=B_{15}=200\text{m}$ 、

$\Delta x=200\text{m}$ とすると、

$$\begin{aligned} \Delta z_{14} &= \frac{1}{1-0.4} \\ &\quad \cdot \frac{1.64 \times 10^{-3} \times 220 - 1.21 \times 10^{-3} \times 220}{200 \times 220} \\ &\quad \times 600 = -0.00215 \end{aligned}$$

しかし、河床高 z は 6 時間流下時点では床止めの高さとなっているので、 $\Delta z_{14}=0$ としなければならない。このためには、 $q_{B14}=q_{B15}=1.21 \times 10^{-3}$ とすればよい。このように、流砂量を決めて再度河床変動計算を行う。

(3) 計算機プログラムの概要

後述の補遺 [12] 参照。ただし、問題④についての内容を基本として示す。

(4) 計算結果

計算結果については、例として④の 48 時間後の結果を計算の過程に従い表-7.2 に示す。ここで、No.は断面 No.で No.1 が下流端、No.23 が上流端である。ここで、限界水深を表示しているのは、この問題は流量、通水時間の条件が変わると深堀れが大きくなり、場所によっては射流が生じるためである。読者条件を変更して、自分で計算を行う場合には、この点に十分注意していただきたい。本問の例は河道狭隘部で洗掘が生じ、それを抑止するため床止めを入れる場合に当たる。ここで床止め

表-7.2 計算結果

No.	水位(m)	水深(m)	限界水深(m)	τ_*	掃流砂量(m ² /s)	河床高(m)	河床變動量(m)
1	0.000	1.720	1.043	0.05935	0.8188E-04	-1.720	0.281
2	0.229	1.600	1.043	0.07030	0.2626E-03	-1.371	0.230
3	0.520	1.559	1.043	0.07465	0.3515E-03	-1.039	0.161
4	0.837	1.528	1.043	0.07820	0.4301E-03	-0.691	0.109
5	1.176	1.505	1.043	0.08104	0.4969E-03	-0.329	0.071
6	1.532	1.488	1.043	0.08321	0.5499E-03	0.044	0.044
7	1.902	1.477	1.043	0.08470	0.5873E-03	0.425	0.025
8	2.281	1.472	1.043	0.08544	0.6063E-03	0.810	0.010
9	2.664	1.473	1.043	0.08526	0.6016E-03	1.191	-0.009
10	3.045	1.483	1.043	0.08385	0.5659E-03	1.562	-0.038
11	3.417	1.507	1.043	0.08080	0.4910E-03	1.910	-0.091
12	3.742	1.342	1.282	0.19697	0.5099E-03	2.400	0.000
13	4.674	1.958	1.282	0.08158	0.5098E-03	2.716	-0.084
14	4.942	1.742	1.282	0.10713	0.5444E-03	3.200	0.000
15	5.354	1.944	1.282	0.08299	0.5445E-03	3.411	-0.189
16	5.631	1.631	1.282	0.12500	0.5621E-03	4.000	-0.000
17	6.142	1.937	1.282	0.08370	0.5622E-03	4.205	-0.195
18	6.492	1.526	1.043	0.07846	0.4362E-03	4.965	0.166
19	6.832	1.514	1.043	0.07995	0.4708E-03	5.317	0.118
20	7.181	1.502	1.043	0.08149	0.5076E-03	5.679	0.079
21	7.540	1.491	1.043	0.08283	0.5406E-03	6.048	0.048
22	7.907	1.484	1.043	0.08382	0.5651E-03	6.423	0.023
23	8.280	1.480	1.043	0.08433	0.5780E-03	6.800	0.000

表-7.3 河床變動計算結果 ①

K.P.(km)	河 床 高 (m)		
	$t = 0 h$	$t = 24 h$	$t = 48 h$
0	-2.0	-1.88	-1.72
0.2	-1.6	-1.45	-1.37
0.4	-1.2	-1.10	-1.04
0.6	-0.8	-0.74	-0.69
0.8	-0.4	-0.37	-0.32
1.0	0.0	0.02	0.07
1.2	0.4	0.42	0.47
1.4	0.8	0.84	0.89
1.6	1.2	1.27	1.32
1.8	1.6	1.72	1.76
2.0	2.0	2.19	2.21
2.2	2.4	2.25	2.23
2.4	2.8	2.68	2.63
2.6	3.2	3.09	3.02
2.8	3.6	3.47	3.39
3.0	4.0	3.82	3.75
3.2	4.4	4.14	4.10
3.4	4.8	4.90	4.88
3.6	5.2	5.27	5.27
3.8	5.6	5.64	5.65
4.0	6.0	6.02	6.03
4.2	6.4	6.41	6.42
4.4	6.8	6.80	6.80

表-7.4 河床變動計算結果 ②

K.P.(km)	河 床 高 (m)		
	$t = 0 h$	$t = 24 h$	$t = 48 h$
0	-2.0	-1.88	-1.72
0.2	-1.6	-1.45	-1.37
0.4	-1.2	-1.10	-1.04
0.6	-0.8	-0.74	-0.69
0.8	-0.4	-0.37	-0.32
1.0	0.0	0.02	0.07
1.2	0.4	0.42	0.47
1.4	0.8	0.84	0.89
1.6	1.2	1.27	1.32
1.8	1.6	1.72	1.76
2.0	2.0	2.19	2.21
2.2	2.4	2.25	2.23
2.4	2.8	2.68	2.63
2.6	3.2	3.09	3.01
2.8	3.6	3.47	3.38
3.0	4.0	3.82	3.74
3.2	4.4	4.14	4.08
3.4	4.8	4.89	4.84
3.6	5.2	5.25	5.19
3.8	5.6	5.59	5.51
4.0	6.0	5.90	5.80
4.2	6.4	6.15	6.02
4.4	6.8	6.80	6.80

表-7.5 河床変動計算結果 ③

K.P.(km)	河 床 高 (m)		
	$t = 0 h$	$t = 24 h$	$t = 48 h$
0	-2.0	-1.88	-1.72
0.2	-1.6	-1.45	-1.37
0.4	-1.2	-1.10	-1.04
0.6	-0.8	-0.74	-0.69
0.8	-0.4	-0.37	-0.32
1.0	0.0	0.02	0.07
1.2	0.4	0.42	0.47
1.4	0.8	0.84	0.88
1.6	1.2	1.27	1.30
1.8	1.6	1.71	1.72
2.0	2.0	2.17	2.14
2.2	2.4	2.20	2.11
2.4	2.8	2.58	2.44
2.6	3.2	3.20	3.20
2.8	3.6	3.52	3.51
3.0	4.0	3.84	3.83
3.2	4.4	4.15	4.14
3.4	4.8	4.91	4.91
3.6	5.2	5.27	5.29
3.8	5.6	5.64	5.66
4.0	6.0	6.02	6.04
4.2	6.4	6.41	6.42
4.4	6.8	6.80	6.80

表-7.6 河床変動計算結果 ④

K.P.(km)	河 床 高 (m)		
	$t = 0 h$	$t = 24 h$	$t = 48 h$
0	-2.0	-1.88	-1.72
0.2	-1.6	-1.45	-1.37
0.4	-1.2	-1.10	-1.04
0.6	-0.8	-0.74	-0.69
0.8	-0.4	-0.37	-0.33
1.0	0.0	0.02	0.04
1.2	0.4	0.41	0.43
1.4	0.8	0.81	0.81
1.6	1.2	1.21	1.19
1.8	1.6	1.61	1.56
2.0	2.0	2.00	1.91
2.2	2.4	2.40	2.40
2.4	2.8	2.74	2.72
2.6	3.2	3.20	3.20
2.8	3.6	3.44	3.41
3.0	4.0	4.00	4.00
3.2	4.4	4.18	4.21
3.4	4.8	4.93	4.97
3.6	5.2	5.28	5.32
3.8	5.6	5.65	5.68
4.0	6.0	6.03	6.05
4.2	6.4	6.41	6.42
4.4	6.8	6.80	6.80

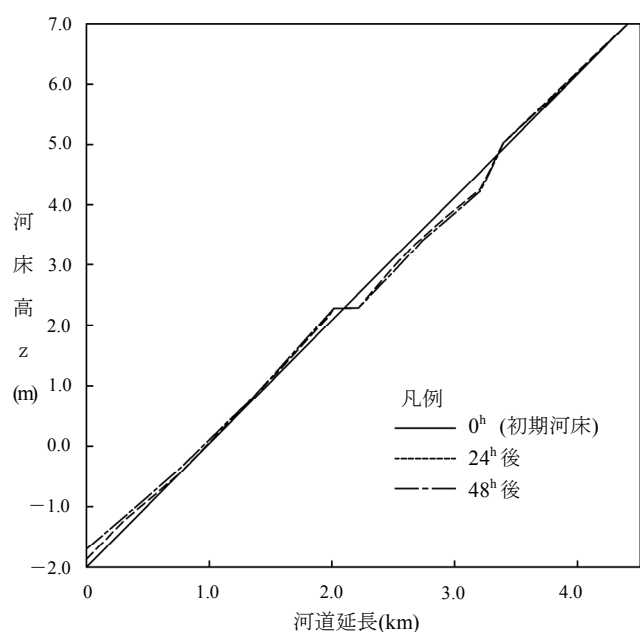


図-7.6 河床変動計算結果①

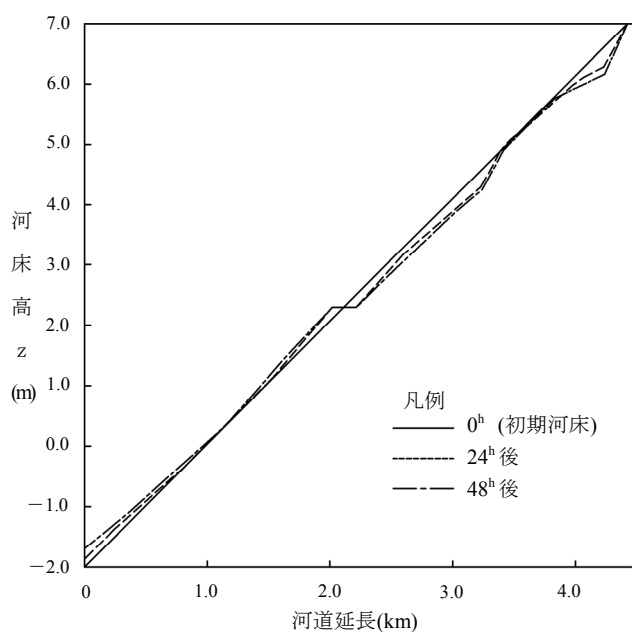


図-7.7 河床変動計算結果②

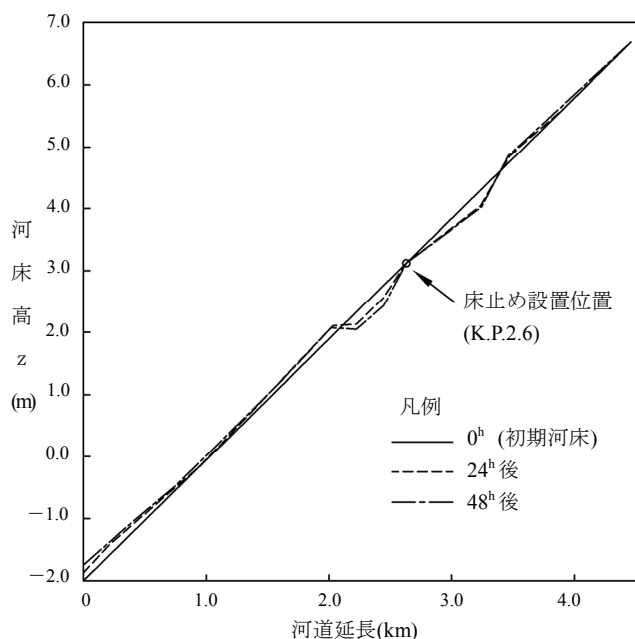


図-7.8 河床変動計算結果③

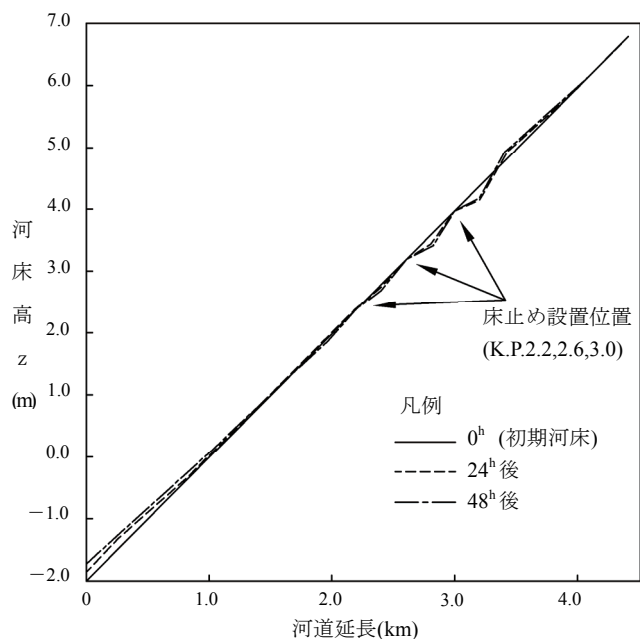


図-7.9 河床変動計算結果④

の施工位置が不適當であると、他の個所に悪影響の及ぶ場合があるが、本問のような条件で洗掘に歯止めがかかっていることが、わかるだろう。

なお、①～④の河床変動計算の結果については、表-7.3～表-7.6に、図示したものは図-7.6～図-7.9に示す。以上、解答作成者 渡辺和好

[演習問題 22]

図-7.10 に示した河川に、上流端 C から流量 $Q_1 = 3,500 \text{ m}^3/\text{s}$ 、 D から流量 $Q_2 = 500 \text{ m}^3/\text{s}$ の流入があった

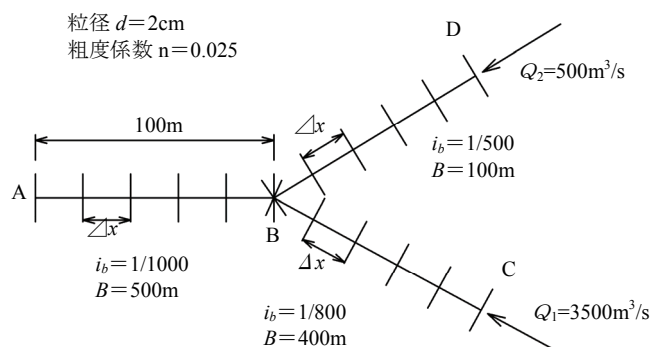


図-7.10 演習問題 22 における河道条件

場合の 5 日後の河床縦断形状を求めよ。ただし、 $A-B$ 間、 $B-C$ 間、 $B-D$ 間はそれぞれ $1,000 \text{ m}$ とする。また、境界線条件として下流端 A の水深は等流水深で与え、上流端 C の流砂量は $\partial Q_b / \partial x = 0$ 、 D では $Q_B = 0$ を与える。

計算条件は $\Delta x = 200 \text{ m}$ 、 $\Delta t = 600 \text{ s}$ とする。

[演習問題 22 の解答]

(1) 考え方

本文を参照されたい。

(2) 実際の計算

まず、図-7.11 のように断面番号をつける。以下は補遺に示したフローチャートの流れに従って計算を行う。

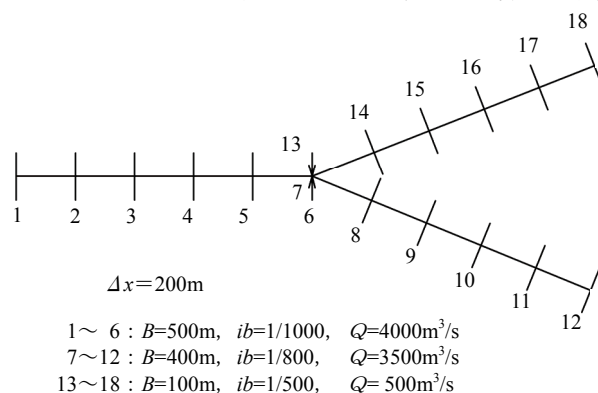


図-7.11 断面番号

1) 水位計算

断面 1 の等流水深 h_o を計算する。

$$\begin{aligned} h_o &= (Q \cdot n / B \sqrt{i_b})^{3/5} \\ &= (4,000 \times 0.025 / 500 \sqrt{1/1,000})^{3/5} \\ &= 3.024 \text{ m} \end{aligned}$$

これを下流水位として、断面 6 まで不等流計算を行い水位を求める。

次に、断面 6 の水位を断面 7 の水位として、断面 12 まで不等流計算を行い水位を求める。同様に断面 6 の水位を断面 13 の水位として断面 18 まで不等流計算を行う。

表-7.7 計算結果（初期状態）

TIME : 0 hr

No.	水深(m)	水位(m)	河床高(m)	Δz (m)	τ_*	掃流砂量(m ² /s)	i_e
1	3.024	3.024	0.000	0.000	0.9164E-01	0.7732E-03	0.1000E-02
2	3.024	3.224	0.200	0.000	0.9164E-01	0.7732E-03	0.1000E-02
3	3.024	3.424	0.400	0.000	0.9164E-01	0.7732E-03	0.1000E-02
4	3.024	3.624	0.600	0.000	0.9164E-01	0.7732E-03	0.1000E-02
5	3.024	3.824	0.800	0.000	0.9164E-01	0.7732E-03	0.1000E-02
6	3.024	4.024	1.000	0.000	0.9164E-01	0.7732E-03	0.1000E-02
7	3.024	4.024	1.000	0.000	0.1096E+00	0.0000E+00	0.1196E-02
8	3.012	4.262	1.250	0.000	0.1107E+00	0.1361E-02	0.1213E-02
9	3.003	4.503	1.500	0.000	0.1115E+00	0.1386E-02	0.1225E-02
10	2.997	4.747	1.750	0.000	0.1120E+00	0.1404E-02	0.1233E-02
11	2.993	4.993	2.000	0.000	0.1123E+00	0.1416E-02	0.1239E-02
12	2.990	5.240	2.250	0.000	0.1126E+00	0.1424E-02	0.1242E-02
13	3.024	4.024	1.000	0.000	0.3580E-01	0.0000E+00	0.3906E-03
14	2.684	4.084	1.400	0.000	0.4730E-01	0.0000E+00	0.5816E-03
15	2.381	4.181	1.800	0.000	0.6256E-01	0.1281E-03	0.8671E-03
16	2.138	4.338	2.200	0.000	0.8043E-01	0.4829E-03	0.1242E-02
17	1.975	4.575	2.600	0.000	0.9674E-01	0.9194E-03	0.1616E-02
18	1.894	4.894	3.000	0.000	0.1067E+00	0.0000E+00	0.1860E-02

表-7.8 計算結果（120 時間後）

TIME : 120 hr

No.	水深(m)	水位(m)	河床高(m)	Δz (m)	τ_*	掃流砂量(m ² /s)	i_e
1	3.024	3.113	0.089	0.089	0.9164E-01	0.7732E-03	0.1000E-02
2	3.007	3.311	0.305	0.105	0.9290E-01	0.8086E-03	0.1020E-02
3	2.991	3.513	0.522	0.122	0.9407E-01	0.8418E-03	0.1038E-02
4	2.976	3.719	0.742	0.142	0.9513E-01	0.8722E-03	0.1055E-02
5	2.964	3.928	0.964	0.164	0.9606E-01	0.8994E-03	0.1069E-02
6	2.953	4.141	1.187	0.187	0.9686E-01	0.9229E-03	0.1082E-02
7	2.953	4.141	1.187	0.187	0.1159E+00	0.0000E+00	0.1295E-02
8	3.086	4.420	1.335	0.085	0.1046E+00	0.1161E-02	0.1119E-02
9	3.080	4.643	1.564	0.064	0.1051E+00	0.1177E-02	0.1126E-02
10	3.075	4.868	1.793	0.043	0.1055E+00	0.1188E-02	0.1132E-02
11	3.072	5.094	2.022	0.022	0.1057E+00	0.1196E-02	0.1135E-02
12	3.071	5.321	2.250	0.000	0.1058E+00	0.1200E-02	0.1137E-02
13	2.953	4.141	1.187	0.187	0.3783E-01	0.0000E+00	0.4228E-03
14	2.456	4.196	1.740	0.340	0.5818E-01	0.6730E-04	0.7817E-03
15	2.459	4.352	1.893	0.093	0.5799E-01	0.6498E-04	0.7781E-03
16	2.490	4.510	2.021	-0.179	0.5637E-01	0.4625E-04	0.7472E-03
17	2.539	4.663	2.124	-0.476	0.5386E+01	0.2179E-04	0.7001E-03
18	1.756	4.756	3.000	0.000	0.1272E+00	0.0000E+00	0.2391E-02

初期断面での計算結果を表-7.7 に示す。

2) 無次元掃流力 τ_* および単位幅流 q_B の計算

各断面の無次元掃流力 τ_* および単位幅流砂量 q_B を計算する。ここで、環境条件から $q_{B18}=0$ とする。初期断面での計算結果を表-7.7 に示す。

3) 河床変動量の計算

河床変動計算の差分式は、次式で表される。

$$\Delta z = -\frac{1}{1-\lambda} \cdot \frac{\Delta Q_B}{\Delta x \cdot B} \Delta t \quad \dots\dots\dots (1)$$

断面 1 から断面 5 までは、 $\Delta q_B = q_{B,j} - q_{B,j+1}$ (ただし、 j は下流側から 1~ NJ とした場合の断面番号) として Δz を計算する。

断面 6 では、 $\Delta q_B = q_{B6} - q_{B8} - q_{B14}$ として Δz を計算する。ここで、 Δx は断面 7 と 8 の間隔または断面 13 と 14 の間隔でとる。

断面 7 と断面 13 は断面 6 の河床高と同じ値を与え、 Δz は計算しない。

断面 8 から断面 11 および断面 14 から断面 17 は、

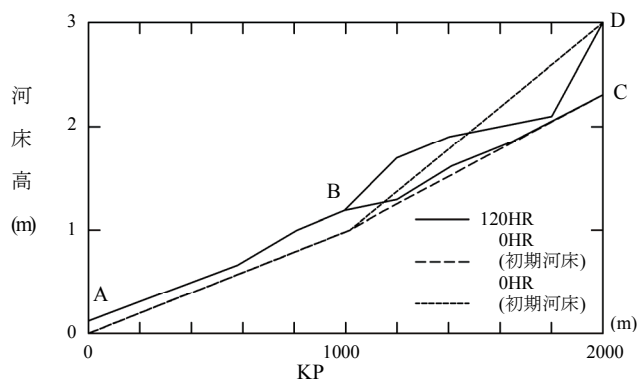
$\Delta q_B = q_{B,j} - q_{B,j+1}$ として Δz を計算する。

断面 12 は $\Delta q_B = 0$ とするので、 $\Delta z = 0$ とする。

断面 18 では z は固定、 $q_{B14} = 0$ とする。

以上で各断面での Δz を求めることができ、 $z = z + \Delta z$ として次の時間ステップでの河床高を計算する。

1)～3)を繰返し、5 日後の河床高を求める。



図－7.12 120 時間後の河床高

(3) 計算機プログラムの概要

後述の補遺 [13] 参照。

(4) 計算結果

計算結果を表－7.8 および図－7.12 に示す。結果をみると、合流点付近に堆積が起こっていることがわかる。ここでは、本川の勾配の折点(急勾配から緩勾配)であることから、もともと堆積が起こりやすい個所になっているが、支川の流砂量が無視できぬ場合は、合流後の河床変動、また、流れにも付加的な影響を及ぼすことになる。

以上、解答作成者 若松信治

おわりに

われわれをとりまく自然界では、物質とそれに作用する力がさまざまな現象を生み出しています。その中の推理現象というものは水という流体に力が働き、それ自体が流動し、他に影響を及ぼせば自らも影響を受けることで生ずるもので実に興味深く、かつ、奥の深いものです。ここで掲載してきた内容は、いかにも複雑でむずかしくみえる水理現象を、どうしたら簡潔に、実用的な範囲で扱っていけるか示したものだといえます。その第一歩は、

根本的な考え方を明確に捉えることですが、これは、物質と力に規定される事象はいかに複雑なものであっても物質の収支と力のつり合いが根源にあるということが、不等流計算の式が流体のエネルギーバランス、流砂連続式が土砂量の収支から導きだされていることからうかがい知れると思います。ただし、基礎式はこのような明確な事実から構築されているとはいえ、これを解くときに使われる境界条件や種々のパラメータ、分布の形態などにはまだまだ未知の部分があるのも事実ですし、これらが問題の扱いをむずかしくしているともいえます。そして、これを補助していくものが現場で得られる実測データであります。ただし、実測データをとるだけで解析が行われなければ、際限なく変化する水理現象へ対応しきれないでしょう。いわば、解析と実測は車の両輪ともいえるものです。したがって、それらの重要性を認識して両者に相通ずることが適切、かつ効果的な河川の制御へ生きてくるのではないかと思います。さらに冒頭でも触れましたが、このような水理現象への考え方を理解するときに大いに役立つものが、その実践であります。このような目的に答えるべく、本稿には多数の演習問題を載せ、その中には考え方から電卓計算の例、そしてコンピュータを使った計算およびプログラムを添付しておきました。なお、河川研究室では、掲載したプログラムは請求があれば提供しますので、ご連絡下さい。

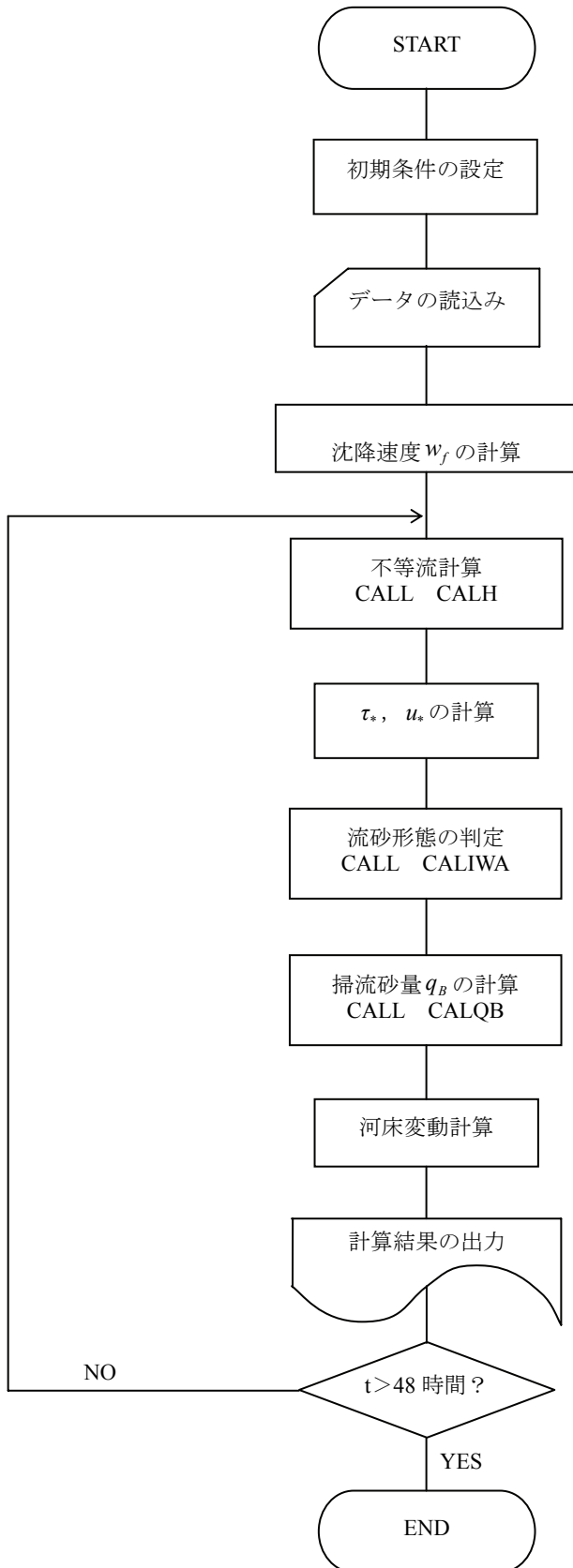
さて、本稿の内容は一次元の流れと河床変動計算という内容で一応締めといたしますが、もちろん、これは水理現象のほんの一端に触れたに過ぎません。すなわち、流れや河床変動には、より構造的、空間的な特性が厳然として存在し、これを説明しなければ真の再現とはいえません。しかしながら、仮に対象を 1 次元から 2 次元へと拡大すると、その取扱いは飛躍的にむずかしくなります。2 次元の流れや河床変動計算については他²⁾に譲ることとしますが、本稿の内容が理解できれば、さらに 1 ステップ上の手法の習得につながることは前述したとおりですし、また、現場で抱える多くの問題も今まで学んだことで実用的に十分対処できることも事実です。その意味で、本稿が現場の河川技術者はもとより、多くの方々の参考となれば幸いに思います。

参考文献

- 1) 福田義昭; パソコンを用いた一次元河床変動計算, 土木試験所月報, No.398, 1986 年 7 月。
- 2) 清水康行, 板倉忠興; 河川における 2 次元流れと河床変動の計算, 土木試験所報告, 第 85 号, 昭和 61 年 10 月。

〔12〕 演習問題 21

(1) プログラムのフローチャート



(2) プログラムの解説

行 番 号	解 説
3～4	変数の配列宣言
6～8	データ
10～26	初期値の設定
27～28	沈降速度 w_f の計算, CALL CALWF
30～35	不等流計算, CALL CALH
36～40	τ_* , u_* の計算
41～48	流砂形態の判定, CALL CALIWA
49～50	掃流砂量 q_B の計算, CALL CALQB
52～69	河床変動計算 56～66 行は, 床止めがある場合の河床変動の制限を行う部分である. 問題①, ②の場合は, この部分を削除すればよい. 同様に③の場合は, 床止め個所を 3 ヲ所から 1 ヲ所に変更すればよい.
71～90	69 行目は上流端の境界条件である. また, 掃流砂量の上流端の境界条件は, サブルーチン CALQB で設定している.
91～92	結果の出力
93	河床高の更新 初期水深 (下流端) の更新

(3) プログラムのリスト

```

1  C  WATA:PRO333
2  C  ***** MONDAI 33-3 *****
3      DIMENSION DX(25),B(23),H(25),HH(25),Z(25),TS(25),
4      +US(25),NRY(25),QB(25),DZ(25),ITM(6),HC(25),SDZ(25)
5  C  ***** DATA *****
6      DATA ITM/1,7,37,73,145,289/
7      DATA B/300,300,300,300,300,300,300,300,300,300,
8      +220,220,220,220,220,220,300,300,300,300,300/
9  C  ***** SHOKICHI NO SETTEI *****
10     REAL IE(25)
11     G=9.8
12     Q=1000.
13     SN=0.025
14     H0=0.0
15     HH(1)=0.0
16     D=0.02
17     S=1.65
18     NJ=23
19     RAMD=0.4
20     DT=600.
21     II=1
22     ITM1=1
23     DO 10 J=1,NJ
24     HC(J)=(Q**2/(G*B(J)**2))**(1./3.)
25     DX(J)=200.
26     10 Z(J)=-2.+1./500.*(J-1)*200.
27  C  ***** WF NO KEISAN *****
28     CALL CALWF(S,G,D,WF)
29     DO 100 NI=1,289
30  C  ***** FUTORYU KEISAN *****
31     EPS=0.001
32     CALL CALH(H,Z,B,Q,SN,H0,G,DX,EPS,IE,NJ)
33     DO 23 I=1,NJ
34     HH(I)=H(I)+Z(I)
35     23 CONTINUE
36  C  ***** TAUS , US , NO KEISAN *****
37     DO 40 J=1,NJ
38     TS(J)=H(J)*IE(J)/(S*D)
39     US(J)=(G*H(J)*IE(J))*0.5
40     40 CONTINUE
41  C  ***** RYUSA KEITAI NO KEISAN *****
42     CALL CALIWA(S,G,D,USC,TSC)
43     DO 50 J=1,NJ
44     RY1=US(J)/WF
45     IF (RY1.LT.1.08) NRY(J)=1
46     IF (RY1.GT.1.67) NRY(J)=3
47     IF (RY1.GT.1.08.AND.RY1.LT.1.67) NRY(J)=2
48     50 CONTINUE
49  C  ***** QB NO KEISAN *****
50     CALL CALQB(NJ,S,G,D,QB,TS,TSC)
51  C  ***** KOUSIN SABUN *****
52     DO 90 JJ=2,NJ
53     J=NJ+1-JJ
54     DZ(J)=-1.0/(1.0-RAMD)*(QB(J)*B(J)-QB(J+1)*B(J+1))/
55     +(B(J)*DX(J+1))*DT

```

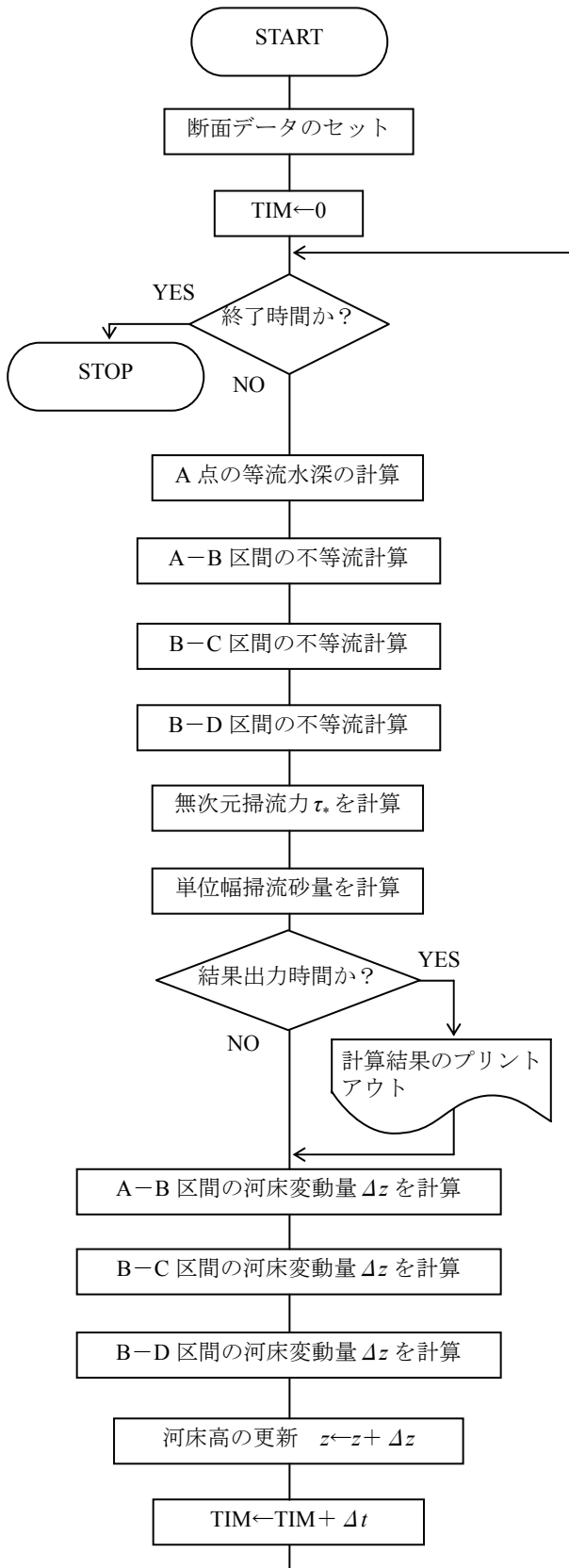
```

56      IF(J.EQ.12.OR.J.EQ.14.OR.J.EQ.16) THEN
57      IF(J.EQ.12)Z0=2.4
58      IF(J.EQ.14)Z0=3.2
59      IF(J.EQ.16)Z0=4.0
60      Z00=Z(J)+DZ(J)
61      IF(Z00.LT.Z0) THEN
62      DZ(J)=DZ(J)-(Z00-Z0)
63      QB(J)=(DZ(J)*(RAMD-1.)*B(J)*DX(J+1)/DT+QB(J+1)*
64      +B(J+1))/B(J)
65      END IF
66      END IF
67      SDZ(J)=SDZ(J)+DZ(J)
68      90 CONTINUE
69      DZ(23)=0.0
70  C      *****          KEKKA NO SHUTURYOKU          *****
71      IF(NI.EQ.1)THEN
72      WRITE(6,11)Q,D,SN,DT,WF
73      END IF
74      11 FORMAT(1H,'Q=',F10.2,5X,'D=',F10.5,5X,'N=',F10.5,5X,'DT=',F5.1,
75      +5X,'WF=',F15.10)
76      IF(NI.EQ.ITM1)THEN
77      WRITE(6,22)(ITM1-1)/6
78      22 FORMAT(/1H,'TIME=',I5,' HOUR')
79      WRITE(6,21)
80      21 FORMAT(1H,3X,'NO',3X,'NRY',3X,'SUII',5X,'SUIISHIN',5X,'HC',10X,
81      +'IE',12X,'TS',8X,'US',9X,'QB',13X,'Z',9X,'DZ',8X,'SDZ',10X,'B')
82      DO 33 I=1,NJ
83      WRITE(6,32)I,NRY(I),HH(I),H(I),HC(I),IE(I),TS(I),US(I),QB(I)
84      +,Z(I),DZ(I),SDZ(I),B(I)
85      32 FORMAT(1H,3X,I3,2X,I3,2X,3(F6.3,4X),E12.4,3X,2(F8.5,2X),
86      +E12.4,3X,3(F8.3,2X),F10.2)
87      33 CONTINUE
88      II=II+1
89      ITM1=ITM(II)
90      END IF
91      DO 80 J=1,NJ
92      80 Z(J)=Z(J)+DZ(J)
93      H0=ABS(Z(1))
94      100 CONTINUE
95      END

```

〔13〕 演習問題 22

(1) プログラムのフローチャート



(2) プログラムの解説

行 番 号	解 説
1～134	メインプログラム
1～17	配列の宣言
19	出力時間のセット(hr)
23～34	定数のセット
38～44	計算区間の始点と終点の断面番号のセット
48～51	出力時間の単位変更(s)
55	現在の時間の初期化
56	出力時間を示すポイントの初期化
60	土粒子の沈降速度 w_f の計算
64～84	断面データのセット
90	計算終了の判定
94	断面 1 の水位の計算
95	断面 2 から断面 6 までの水位計算
96	断面 7 および断面 13 の水位をセット
97	断面 8 から断面 13 までの水位計算
98	断面 14 から断面 18 までの水位計算
102～105	摩擦速度 u_* および無次元掃流率 τ_* の計算
109～112	単位幅掃流率 q_B の計算
116	計算結果出力
120	断面 1 から断面 6 までの河床高 z の計算
121	断面 8 から断面 12 までの河床高 z の計算
122	断面 14 から断面 18 までの河床高 z の計算
123	断面 7 の河床高のセット
124	断面 13 の河床高のセット
126	現在の時間の更新
144～192	不等流計算用サブルーチン (CALH)
157～161	下流側断面のエネルギー計算
165	限界水深の計算
169～173	上流側断面のエネルギー計算
175～181	1 階のニュートン法による補正量の計算
187～189	エネルギー勾配 i_e の計算
202～249	結果のプリントアウト用サブルーチン
258～282	河床高 z の計算用サブルーチン (CALDZ)
267	境界以外の断面の ΔQ_B の計算
270	断面 12 の ΔQ_B
272	断面 17 の ΔQ_B
274	断面 6 の ΔQ_B
277	河床変動量 Δz の計算
278	河床高 z の計算
292～306	単位幅掃流率 q_B 計算サブルーチン (CALQB)
296	限界掃流率 τ_{*c}
301	Meyer-Peter-Müller 式による q_B の計算
316～326	土粒子の沈降速度 w_f 計算サブルーチン (CALWF)
322	Rubey の式による w_f の計算

(3) プログラムのリスト

```
*****FILE  NAME   : HENG2.FOR*****
*****
1:
2:
3:
4:
5:
6:
7:
8:
9:
10:
11:
12:
13:
14:
15:
16:
17:
18:
19:
20:
21:
22:
23:
24:
25:
26:
27:
28:
29:
30:
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55

*****FILE  NAME   : HENG2.FOR*****
*****
1  ジョウ  カシヨウ  ベントウ  タイチ
   コウヨウ  ガ  テキスト
S62.10.26
*****
DIMENSION H(60),Z(60),B(60),DX(60),Z0(60)
DIMENSION QB(60),US(60),TS(60)
DIMENSION DZ(60)
REAL KP(60),IE(60)
DIMENSION PTIM(7)
DATA PTIM/0.,0.24,48,72,96,120./
*****
G=9.8
S=1.65
D=0.02
RAMDA=0.4
Q1=4000.
Q2=3500.
Q3=500.
SN=0.025
EPS=0.001
DT=600.
ETIM=120.*3600.
-----
J1=1
J2=6
J3=J2+1
J4=J3+1+6
J5=J4+1
J6=J5+1+6
NJ=J6
-----
DO 100 J=2,7
  PTIM(J)=PTIM(1)*3600.
100 CONTINUE
  PTIM(2)=600.
-----
TIM=0.0
```

```
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110

*****FILE  NAME   : HENG2.FOR*****
*****
ITM=1
*****  WF  *****
CALL CALWF(D,WF)
*****  ガンノノ  / テキスト *****
DO 110 J=J1,J2
  KP(J)=(J-1)*200.
  Z(J)=KP(J)/1000.
  Z0(J)=Z(J)
  B(J)=500.
  DX(J)=200.
110 CONTINUE
DO 111 J=J3,J4
  KP(J)=(J-J3)*200.
  Z(J)=1.+KP(J)/800.
  Z0(J)=Z(J)
  B(J)=400.
  DX(J)=200.
111 CONTINUE
DO 112 J=J5,J6
  KP(J)=(J-J5)*200.
  Z(J)=1.+KP(J)/500.
  Z0(J)=Z(J)
  B(J)=100.
  DX(J)=200.
112 CONTINUE
*****  ベントウ  タイチ *****
200 CONTINUE
IF (TIM.GT.ETIM) GO TO 900
*****  カシヨウ  タイチ *****
H0=Z(1)+(Q1*SN/(B(1)*SQRT(1./1000.)))**6
CALL CALH(H,Z,B,Q1,SN,H0,GDX,EPS,IE,J1,J2)
H0=Z(J2)+H(J2)
CALL CALH(H,Z,B,Q2,SN,H0,GDX,EPS,IE,J3,J4)
CALL CALH(H,Z,B,Q3,SN,H0,GDX,EPS,IE,J5,J6)
*****  US  *****
DO 210 J=1,NJ
  US(J)=SQRT(G*H(J)*IE(J))
  TS(J)=H(J)*IE(J)/(S*D)
210 CONTINUE
*****  QB  *****
CALL CALQB(NJ,S,G,D,QB,TS)
QB(J3)=0.
```

```

*****FILE NAME : HENG2.FOR*****
111 QB(J5)=0
112 QB(J6)=0
113
114 ***** PRINT OUT *****
115
116 CALL POUT(NJ,TIM,PTIM,ITM,HZ,B,US,TS,QB,KP,IE,DT,SN,WF,Z0)
117
118 ***** DZ *****
119
120 CALL CALDZ(RAMDA,DT,DZ,Z,B,QB,DX,J1,J2,J5+1)
121 CALL CALDZ(RAMDA,DT,DZ,Z,B,QB,DX,J3+1,J4,1)
122 CALL CALDZ(RAMDA,DT,DZ,Z,B,QB,DX,J5+1,J6,2)
123 Z(J3)=Z(J2)
124 Z(J5)=Z(J2)
125
126 TIM=TIM+DT
127 GO TO 200
128
129 *****
130
131 900 CONTINUE
132
133 STOP
134 END
135
136
137 *****
138 *
139 * 71777=77
140 *
141 *****
142
143 SUBROUTINE CALH(H,Z,B,Q,SN,H0,G,DX,EPS,IE,J1,J2)
144
145 DIMENSION H(60),Z(60),B(60),DX(60)
146 REAL IE(60)
147
148 QQ=Q*Q
149 SNN=SN*SN
150
151 H(J1)=H0-Z(J1)
152 DO 100 J=J1,J2
153 JI=J-1
154 IF (J.EQ.J1) GO TO 100
155
156 DX=X=DX(J)
157 HH=H(J)**2
158 BB=B(J)**2
159 H3=H(J)***(10./3.)
160 FD=H(J)+Z(J)+QQ/(2.*G*BB*HH)+SNN*QQ*DX/(2.*BB*H3)
161 H(J)=H(JI)
162
163 HC=Q*Q/(G*B(J)**2)***(1./3.)
164
165
166
167
168
169
170 HH=H(J)**2
171 BB=B(J)**2
172 H3=H(J)***(10./3.)
173 FU=H(J)+Z(J)+QQ/(2.*G*BB*HH)+SNN*QQ*DX/(2.*BB*H3)
174 FH=FU-FD
175
176 IF (ABS(FH),G,LEPS) THEN
177 DFDH1=QQ/(G*BB*H(J)**3)
178 DFDH2=(5./3.)*SNN*QQ*DX/(BB*H(J)***(13./3.))
179 DFDH=1.-DFDH1+DFDH2
180 H(J)=H(J)-FH/DFDH
181 GO TO 120
182 END IF
183
184 IF(H(J),LTHC)H(J)=HC
185
186 100 CONTINUE
187
188 DO 200 J=J1,J2
189 IE(J)=SN*SN*Q*(B(J)**2.*H(J)***(10./3.))
190 200 CONTINUE
191
192 RETURN
193 END
194
195 *****
196 *
197 * PRINT OUT
198 *
199 *****
200
201 SUBROUTINE POUT
202 * (NJ,TIM,PTIM,ITM,HZ,B,US,TS,QB,KP,IE,DT,SN,WF,Z0)
203
204 DIMENSION B(60),H(60),Z(60)
205 DIMENSION QB(60),TS(60),US(60)
206 DIMENSION Z0(60)
207 DIMENSION PTIM(6)
208
209 REAL IE(60)
210 REAL KP(60)
211
212 *****
213
214 IF(TIM,LT,PTIM(ITM)) GO TO 900
215 OPEN (6,FILE='PRN')
216 WRITE(6,600)
217 600 FORMAT(1H,10X,'***** 計算結果 へんとう について *****')
218 WRITE(6,610) SN,DT
219 610 FORMAT(1H0,15X,'N=',F5.3,X,'DT=',F10.1,'S')
220

```

```

*****FILE NAME : HENG2.FOR*****
221
222 IF (TIM.LT.3600.) THEN
223 WRITE(6,615) TIM
224 615 FORMAT(1H,10X,TIME='F8.1,S')
225 ELSE
226 WRITE(6,620) TIM/3600.
227 620 FORMAT(1H,10X,TIME='F8.1,HR')
228 END IF
229
230 WRITE(6,630)
231 630 FORMAT(1H,'NO KP B(M) Z(M) DZ(M) H(M) H+Z',
232 * 7X,2HIE,10X,2HU*,10X,2HT*,4X,5HU*WT,5X,2HQB)
233
234 DO 100 J=1,NJ
235 USPWF=US(J)/WF
236 IF (KP(J).EQ.0.) THEN
237 WRITE(6,690)
238 690 FORMAT(1H )
239 END IF
240 WRITE(6,640) J,KP(J),B(J),Z(J),Z(J)-Z(0),H(J),H(J)+Z(J),
241 * IE(J),US(J),TS(J),USPWF*QB(J)
242 640 FORMAT(3,F6.0,F6.1,4F6.2,3E12.4,F5.2,4E12.4)
243
244 100 CONTINUE
245
246 ITM=ITM+1
247 900 CONTINUE
248 RETURN
249 END
250
251 *****
252 *
253 * DZ /  $h/\#$ 
254 *
255 *****
256
257 SUBROUTINE CALDZ(RAMDA,DT,DZ,Z,B,QB,DX,J1,J2,IFL)
258
259 DIMENSION Z(60),B(60)
260 DIMENSION DZ(60)
261 DIMENSION QB(60)
262 DIMENSION DX(60)
263
264 DO 100 J=1,J2
265 IF (J.NE.J2) THEN
266 DQB=QB(J)*B(J)-QB(J+1)*B(J+1)
267 ELSE
268 IF(IFL.EQ.1) THEN
269 DQB=0
270 ELSE IF(IFL.EQ.2) THEN
271 DQB=QB(J)*B(J)
272 ELSE
273 DQB=QB(J)*B(J)-(QB(J+2)*B(J+2)+QB(IFL)*B(IFL))
274 END IF
275
276
277
278
279
280
281
282
283
284
285
286
287
288
289
290
291
292
293
294
295
296
297
298
299
300
301
302
303
304
305
306
307
308
309
310
311
312
313
314
315
316
317
318
319
320
321
322
323
324
325
326
327
328
329
330
331
332
333
334
335
336
337
338
339
340
341
342
343
344
345
346
347
348
349
350
351
352
353
354
355
356
357
358
359
360
361
362
363
364
365
366
367
368
369
370
371
372
373
374
375
376
377
378
379
380
381
382
383
384
385
386
387
388
389
390
391
392
393
394
395
396
397
398
399
400
401
402
403
404
405
406
407
408
409
410
411
412
413
414
415
416
417
418
419
420
421
422
423
424
425
426
427
428
429
430
431
432
433
434
435
436
437
438
439
440
441
442
443
444
445
446
447
448
449
450
451
452
453
454
455
456
457
458
459
460
461
462
463
464
465
466
467
468
469
470
471
472
473
474
475
476
477
478
479
480
481
482
483
484
485
486
487
488
489
490
491
492
493
494
495
496
497
498
499
500
501
502
503
504
505
506
507
508
509
510
511
512
513
514
515
516
517
518
519
520
521
522
523
524
525
526
527
528
529
530
531
532
533
534
535
536
537
538
539
540
541
542
543
544
545
546
547
548
549
550
551
552
553
554
555
556
557
558
559
560
561
562
563
564
565
566
567
568
569
570
571
572
573
574
575
576
577
578
579
580
581
582
583
584
585
586
587
588
589
590
591
592
593
594
595
596
597
598
599
600
601
602
603
604
605
606
607
608
609
610
611
612
613
614
615
616
617
618
619
620
621
622
623
624
625
626
627
628
629
630
631
632
633
634
635
636
637
638
639
640
641
642
643
644
645
646
647
648
649
650
651
652
653
654
655
656
657
658
659
660
661
662
663
664
665
666
667
668
669
670
671
672
673
674
675
676
677
678
679
680
681
682
683
684
685
686
687
688
689
690
691
692
693
694
695
696
697
698
699
700
701
702
703
704
705
706
707
708
709
710
711
712
713
714
715
716
717
718
719
720
721
722
723
724
725
726
727
728
729
730
731
732
733
734
735
736
737
738
739
740
741
742
743
744
745
746
747
748
749
750
751
752
753
754
755
756
757
758
759
760
761
762
763
764
765
766
767
768
769
770
771
772
773
774
775
776
777
778
779
780
781
782
783
784
785
786
787
788
789
790
791
792
793
794
795
796
797
798
799
800
801
802
803
804
805
806
807
808
809
810
811
812
813
814
815
816
817
818
819
820
821
822
823
824
825
826
827
828
829
830
831
832
833
834
835
836
837
838
839
840
841
842
843
844
845
846
847
848
849
850
851
852
853
854
855
856
857
858
859
860
861
862
863
864
865
866
867
868
869
870
871
872
873
874
875
876
877
878
879
880
881
882
883
884
885
886
887
888
889
890
891
892
893
894
895
896
897
898
899
900
901
902
903
904
905
906
907
908
909
910
911
912
913
914
915
916
917
918
919
920
921
922
923
924
925
926
927
928
929
930
931
932
933
934
935
936
937
938
939
940
941
942
943
944
945
946
947
948
949
950
951
952
953
954
955
956
957
958
959
960
961
962
963
964
965
966
967
968
969
970
971
972
973
974
975
976
977
978
979
980
981
982
983
984
985
986
987
988
989
990
991
992
993
994
995
996
997
998
999
1000

```