

現場のための水理学（４）

—浮遊砂と河床変動—

荒井 信行 清水 康行

6. 浮遊砂による河床変動の１次元解析法

第４章で述べたように、浮遊砂は乱流拡散現象によって輸送される形式の流砂である。浮遊砂を含む流れは、例えばダム貯水池の推砂や河口部浚渫箇所などの洪水による多量の土砂堆積等に見られるように、河床変動に大きな影響を与え、実際上も重要な問題であるため、これまで浮遊砂に関して数多くの研究がなされてきた。それらの研究は、大別すると浮遊砂流の特性に関するものと土砂の輸送に関するものがある。

今回は、主に均一粒径砂を対象とした浮遊砂量式と浮遊砂による１次元単断面の河床変動の問題に重点をおいて述べることにする。

なお、浮遊砂に関する諸問題は、複雑、かつ広範多岐にわたるため、上記の研究成果は多くの仮定や近似的取扱いに基づいており、未解明の問題も多く残されているのが現状である。このような状況から、本章では実際問題として一般的な適用性を失わない程度に問題を簡略化して解説するつもりである。

6.1 浮遊砂の基準点濃度と砂粒の浮上量式

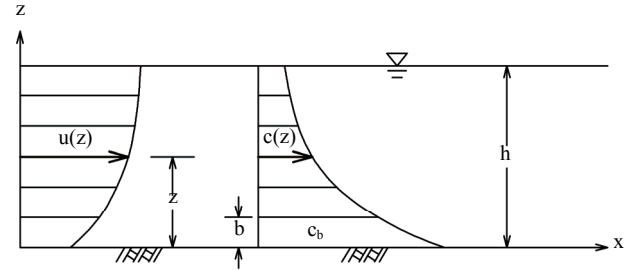
浮遊砂の濃度 c は、容積表示で次の様に定義される。いま、流量を Q (m³/s)、その流量中の浮遊砂量を Q_s (m³/s) とすると、 $c = Q_s / Q$ (無次元量) である。

図－6.1 のように、定常２次元等流を考えた場合の単位幅当たりの浮遊砂量 q_s (m³/s/m) は、濃度分布 $c(z)$ および流速分布 $u(z)$ が決定されれば、次式で与えられる。

$$q_s = \int_b^h c(z) u(z) dz \quad (6.1)$$

ここに、 h : 水深、 $c(z)$: 河床面上 z の点における濃度、 $u(z)$: 河床面上 z の点における流速、 b : 濃度の基準点とされる河床面からの高さであり、 b のとり方により濃度分布が若干異なってくる。

浮遊砂量の算定は、濃度の基準点 b の値とその点の濃



図－6.1 流速分布 $u(z)$ および濃度分布 $c(z)$ の定義図

度 c_b の算定の問題に帰着する。一般的には、 b の値は水深の 5%，すなわち $b = 0.05 h$ が採用されている。また、浮遊砂の基準点濃度および砂粒の浮上量式としては、以下の板倉の式¹⁾を紹介する。板倉は、河床が平坦な場合の浮遊砂を含む開水路流れについて、流速分布、浮遊砂の濃度分布、浮遊砂の基準点濃度、浮遊砂流の抵抗特性、浮遊砂量式、堆積限界を一貫した理論によって系統的に導いている。詳細は原論文を参照されたい。

いま、河床が均一粒径で構成されている場合を考える。河床が平衡状態にあるとき、河床の単位面積から単位時間に巻き上がる粒子群の体積 Q_{su} (m/s) は、単位面積当たり単位時間に河床へ沈降する粒子群の体積 $w_f c_b$ (m/s) に等しいので、次式がなりたつ。

$$q_{su} = (w_f \cdot c_b) \quad (6.2)$$

ここで、浮遊砂の底面付近 ($z=b$) の濃度、すなわち基準点濃度 c_b は、

$$c_b = K \left(\alpha * \frac{\rho_s - \rho}{\rho_s} \cdot \frac{gd}{u * w_f} \Omega - 1 \right) \quad (6.3)$$

と書き表され、 q_{su} は次式により与えられる。

$$\frac{q_{su}}{\sqrt{sgd}} = K \left(\alpha * \frac{\rho}{\rho_s} \cdot \frac{\Omega}{\sqrt{\tau *}} - \frac{w_f}{\sqrt{sgd}} \right) \quad (6.4)$$

$$\Omega = \frac{\tau *}{B *} \cdot \frac{\int_a^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\zeta^2) d\zeta}{\int_a^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\zeta^2) d\zeta} + \frac{\tau *}{B * \eta o} - 1 \quad (6.5)$$

ただし, $a' = \frac{B^*}{\tau^*} - \frac{1}{\eta\phi}$

$\eta\phi = 0.5, \alpha^* = 0.14, K = 0.008,$

$B^* = 0.143$

ρ_s : 砂粒の密度, ρ : 水の密度, s : 砂の水中比重, g : 重力加速度, d : 砂粒の粒径, w_f : 砂粒の沈降速度

また, (6.4) 式の近似式として次式がある。

$$\frac{q_{su}}{\sqrt{sgd}} = 0.008 \left\{ 0.14 \frac{\rho}{\rho_s} \left(14\sqrt{\tau^*} - \frac{0.9}{\sqrt{\tau^*}} \right) - \frac{wf}{\sqrt{sgd}} \right\} \quad (6.6)$$

6.2 浮遊砂濃度の連続式と河床変動の連続式

問題を簡単にするために, 以後浮遊砂の濃度 c として次式で定義される水深方向の平均濃度 $\bar{c}$ を用いて議論を進める。すなわち, $c = \bar{c}$ とする。

$$\bar{c} = \frac{q_{su}}{q} = \frac{\int_b^h c(z)u(z)dz}{\int_b^h u(z)dz} \quad (6.7)$$

まず, 浮遊砂濃度の連続を誘導してみよう。ただし, 本節では濃度 c はある時間 Δt の間では, 一定として扱い, 拡散作用を無視する。

いま, 図-6.2 に示すように主流方向に x 軸をとると, 微小時間 Δt の間に断面①から入ってくる浮遊砂量は, $Q_{s1} \cdot \Delta t = Q \cdot c_1 \cdot \Delta t$ であり, 同様に Δt の間に断面②からでていく浮遊砂量は, $Q_{s2} \cdot \Delta t = Q \cdot c_2 \cdot \Delta t$ である。次に, 断面①, ②間で Δt の間に浮上する砂量および沈降する砂量は, それぞれ $q_{su} \cdot B \cdot \Delta x \cdot \Delta t$ および $w_f \cdot c \cdot B \cdot \Delta x \cdot \Delta t$ である。

したがって, 断面①, ②間でこれらの砂量の収支が 0 となるためには,

$$Q_{c1} \Delta t - Q_{c2} \Delta t + q_{su} B \Delta x \Delta t - w_f c B \Delta x \Delta t = 0 \quad (6.8)$$

ゆえに,

$$\frac{Q(c_2 - c_1)}{B \cdot \Delta x} = q_{su} - w_f c$$

となる。上式を微分方程式で表わすと,

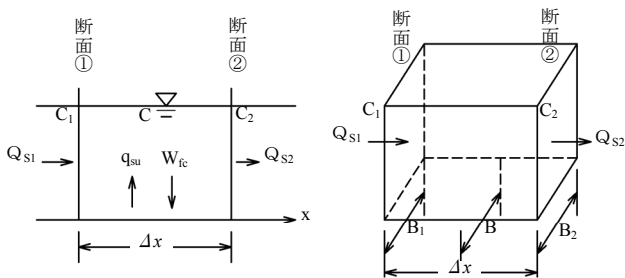


図-6.2 浮遊砂濃度の連続式

$$\frac{Q}{B} \cdot \frac{dc}{dx} = q_{su} - w_f c \quad (6.9)$$

となる。(6.9) 式が浮遊砂濃度の連続式である。

ここで, 特別な場合として流下方向に濃度が一定(平衡状態), すなわち, $\frac{dc}{dx} = 0$ とすると, (6.9) 式の右边 = 0

であるから, $c = q_{su}/w_f$ となる。

実際に (6.9) 式により流下方向濃度分布を計算する場合には, 左辺の $\frac{dc}{dx}$ の差分形が問題となる。いま, (6.9) 式を後進差分で計算することを考えてみる。

(6.9) 式の差分式は,

$$\frac{Q}{B(x)} \cdot \frac{c(x) - c(x - \Delta x)}{\Delta x} = q_{su}(x) - w_f \cdot c(x)$$

$$c(x) = \frac{q_{su}(x) + c(x - \Delta x) \frac{Q}{B(x) \cdot \Delta x}}{\frac{Q}{B(x) \cdot \Delta x} + w_f} \quad (6.10)$$

したがって, 各断面における砂粒の浮上量 $q_{su}(x)$, 砂粒の沈降速度 w_f が求まり, 境界条件として上流端の濃度 $c(o)$ が与えられれば, (6.10) 式により各断面の濃度 $c(x)$ を計算することができる。

次に, 浮遊砂による河床変動の連続式を誘導する。図-6.3 に示すように, ある時刻 t から微小時間 Δt の間に河床から浮上する砂量および河床へ沈降する砂量は, それぞれ $q_{su} \cdot B \cdot \Delta x \cdot \Delta t$ および $w_f \cdot c \cdot B \cdot \Delta x \cdot \Delta t$ である。いま河床が低下する場合を考えると, 流水中の砂粒の増加量は,

$$(q_{su} - w_f \cdot c) \cdot B \cdot \Delta x \cdot \Delta t$$

であり, これは河床から流水中にでていく砂量, すなわち河床低下量に等しい。

河床低下量は, 河床変動高を Δz , 空隙率を λ とすると,

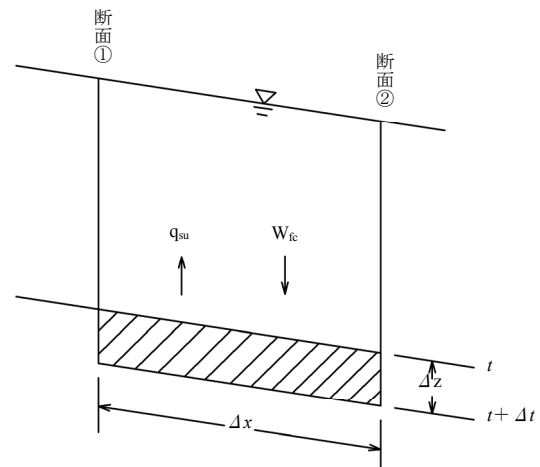


図-6.3 浮遊砂による河床変動の連続式

$$-\Delta z \cdot B \cdot \Delta x \cdot (1-\lambda)$$

で表わされるから、上記の2式を等しいとおくと、次式が得られる。

$$\frac{\Delta z}{\Delta t} = -\frac{1}{1-\lambda}(q_{su} - w_f c)$$

上式を微分方程式で表わすと、

$$\frac{dz}{dt} = -\frac{1}{1-\lambda}(q_{su} - w_f c) \quad (6.11)$$

となる。(6.11)式が浮遊砂による河床変動の連続式である。

6.3 非定常性を考慮した浮遊砂濃度の連続式

前出の浮遊砂濃度の連続式(6.9)式は、微少時間 Δt の間で濃度 c を一定として取扱った場合の式である。しかしながら、実際問題では多くの場合濃度 c が時間的に一定とは考えにくく、例えば(演習問題18)で示すように、ダム貯水池へ浮遊砂が流入するような場合には、前記の計算法では初期条件、すなわち時刻 $t=0$ の段階で全断面で濃度 c があることとなるのに対して、実際には時刻 $t=0$ ではすべての断面で $c=0$ 、すなわち清水という条件があり得る。

そこで、本節では濃度 c の時間変化を考慮した浮遊砂濃度の連続式を誘導する。前出の図-6.2より、ある時刻 t における濃度を $c(t)$ 、 Δt 時間後の濃度を $c(t + \Delta t)$ とすると、 Δt 時間の間の断面①、②間における流水中の浮遊砂の増加量は、次のように表わされる。

$$c(t + \Delta t) \cdot B \cdot h \cdot \Delta x - c(t) \cdot B \cdot h \cdot \Delta x$$

ここで、濃度 c の変化量を $\Delta c = c(t + \Delta t) - c(t)$ とおくと、上式は、

$$\Delta c \cdot B \cdot h \cdot \Delta x$$

となる。

断面①、②間の砂量の収支を考えると、前出の(6.8)式の左辺が $\Delta c \cdot B \cdot h \cdot \Delta x$ に等しいことから、次式が得られる。

$$Q_{c1} \Delta t - Q_{c2} \Delta t + q_{su} B \Delta x \Delta t - w_f c B \Delta x \Delta t = \Delta c B h \Delta x \quad (6.12)$$

(6.12)式の両辺を $B \cdot \Delta x \cdot \Delta t$ で割ることにより、次式が導かれる。

$$h \frac{\Delta c}{\Delta t} + \frac{Q}{B} \cdot \frac{c_2 - c_1}{\Delta x} = q_{su} - w_f c$$

上式を微分方程式で表わすと、

$$h \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{Q}{B} \cdot \frac{\partial c}{\partial x} = q_{su} - w_f c \quad (6.13)$$

となり、上式が非定常性を考慮した浮遊砂濃度の連続式である。

ここで、(6.13)式を時間 t 、距離 x に関して差分表

示することを考える。

まず、(6.13)式より、 Δt 時間後の濃度 $c(t + \Delta t)$ を求める式として、次式が得られる。

$$c(t + \Delta t) = c(t) + \frac{\Delta t}{h} (q_{su} - w_f c - \frac{Q}{B} \cdot \frac{\partial c}{\partial x}) \quad (6.14)$$

(6.14)式により、時刻 t における流下方向の濃度分布から Δt 時間後の濃度分布を求める際に問題となるのは、 $\frac{\partial c}{\partial x}$ の差分形の取り方である。

いま、後進差分の場合を考えると、(6.14)式における濃度 c は x と t の関係なのでより丁寧に書くと、(6.14)式は、次式となる。

$$c(x, t + \Delta t) = c(x, t) + \frac{\Delta t}{h} \{ q_{su} - w_f c - \frac{Q}{B} \cdot \frac{c(x, t) - c(x - \Delta x, t)}{\Delta x} \} \quad (6.15)$$

(6.15)式が求める(6.13)式の差分式である。

また、定常等流状態の流れを考えると、(6.13)式は次式のように変形されます。(6.13)式の両辺の水深 h で割り、 x 軸方向の平均流速を $u = \frac{Q}{Bh}$ (一定)とおくと、

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{w_f c}{h} = \frac{q_{su}}{h} \quad (6.16)$$

となる。(6.16)式を移流方程式と呼んでいる。

一般に、(6.16)式のような形式の偏微方程式においては、特性曲線は $\frac{dx}{dt} = u$ となり、 $\frac{\partial c}{\partial x}$ の差分形式は流速 u と同方向、すなわち流下方向に向いた差分形である後進差分とする必要がある。

6.4 拡散項を含む浮遊濃度の連続式

図-6.4において、断面①における濃度 c_1 、断面②における濃度を c_2 とすると、 $\frac{c_2 - c_1}{\Delta x} = \frac{dc}{dx}$ を濃度勾配という。

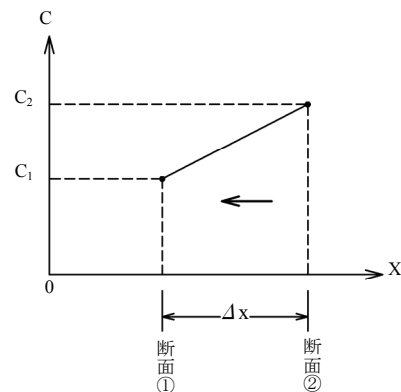


図-6.4 濃度勾配(図中の矢印の方向へ浮遊粒子が移動する)

一般に、2 地点間に濃度勾配があるとき、すなわち 2 地点間で濃度に差があるときには、濃度勾配に比例した物質移動が、その差をなくす方向に生ずる。その移動量は、比例定数を D とすると $-D \frac{dc}{dx}$ と表わされる。この D を拡散係数という。

いま、図-6.5 に示すように流速ゼロの状態、すなわち静水中を考える。

断面①から微小時間 Δt の間に拡散作用により流入する浮遊砂量は、

$$-D \left(\frac{dc}{dx} \right)_1 \cdot h \cdot B \cdot \Delta t$$

であり、断面②から Δt 時間に流出する浮遊砂量は、

$$-D \left(\frac{dc}{dx} \right)_2 \cdot h \cdot B \cdot \Delta t$$

である。一方、断面①、②の間で Δt 時間に濃度が $c(t)$ から $c(t + \Delta t)$ に変化するとすれば、その変化量は、

$$\{c(t + \Delta t) - c(t)\} \cdot h \cdot B \cdot \Delta x$$

で与えられる。ここで、断面①、②間の砂量の収支を考えると、

$$\begin{aligned} & \{c(t + \Delta t) - c(t)\} \cdot h \cdot B \cdot \Delta x \\ &= D \left(\frac{dc}{dx} \right)_2 \cdot h \cdot B \cdot \Delta t - D \left(\frac{dc}{dx} \right)_1 \cdot h \cdot B \cdot \Delta t \end{aligned}$$

ゆえに、

$$\frac{c(t + \Delta t) - c(t)}{\Delta t} D \frac{\left(\frac{dc}{dx} \right)_2 - \left(\frac{dc}{dx} \right)_1}{\Delta x}$$

上式を微分方程式で表すと、

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (6.17)$$

となる。(6.17) 式を拡散方程式という。

したがって、実際河川における浮遊砂濃度の連続式は、(6.16) 式と (6.17) 式あわせて考えると、次式により表わされる。

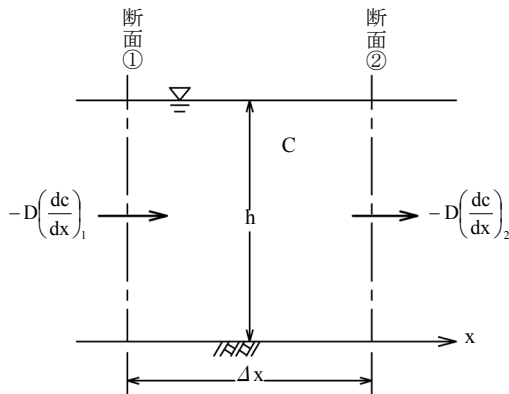


図-6.5 拡散作用による浮遊砂の濃度変化

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{w_f c}{h} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{q_{su}}{h} \quad (6.18)$$

6.5 水深方向の浮遊砂濃度分布

これまででは、浮遊砂量 Q_s を流量 Q と水深方向の平均濃度 $c(=\bar{c})$ の積として求めてきたが、実際には、6.1 節で述べたように、濃度 c は水深方向の分布を考える必要がある。例えば、前出の図-6.2 のように河床からの砂の出入りを考える場合の沈降量 $w_f c$ における c は、平均濃度 $\bar{c}$ ではなく、河床底面付近の濃度、すなわち基準点濃度 c_b を用いなければならない。

いま、定常 2 次元等流状態の流れを考え、流下方向には濃度変化はないものとする。

図-6.6 に示したような微小要素 $\Delta z \cdot \Delta x$ 内に、微小時間 Δt 間に拡散作用により流入する浮遊量は、

$$\left(D \frac{\partial c}{\partial z} \right)_2 \cdot \Delta x \cdot \Delta t$$

であり、同様に流出する浮遊砂量は、

$$\left(D \frac{\partial c}{\partial z} \right)_1 \cdot \Delta x \cdot \Delta t$$

である。

また、微小要素 $\Delta z \cdot \Delta x$ 内に Δt 間に流入する沈降量は、

$$w_f \cdot c_2 \cdot \Delta x \cdot \Delta t$$

であり、微小要素 $\Delta z \cdot \Delta x$ から流出する沈降量は、

$$w_f \cdot c_1 \cdot \Delta x \cdot \Delta t$$

である。

以上の砂量の収支を考えると、

$$\left\{ \left(D \frac{\partial c}{\partial z} \right)_2 - \left(D \frac{\partial c}{\partial z} \right)_1 \right\} + w_f (c_2 - c_1) = 0$$

となるので、両辺を Δz で割って微分方程式で表示すると、次式が得られる。

$$D \frac{d}{dz} \left(\frac{dc}{dz} \right) + w_f \frac{dc}{dz} = 0 \quad (6.19)$$

平常、平坦河床では、(6.19) 式中の拡散係数 D は渦動

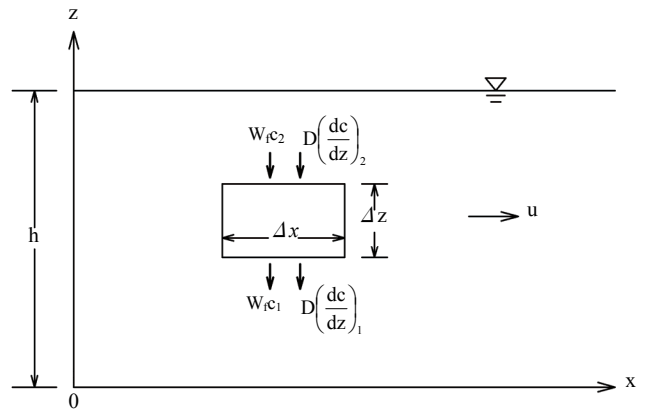


図-6.6 水深方向の浮遊砂の濃度変化

粘性係数 ε に等しく考える。この ε を次式で定義する。

$$\varepsilon = \frac{\kappa}{6} u_* h \quad (6.20)$$

ただし、 κ : カルマン定義、 z : 水深、 u_* : 摩擦速度したがって、(6.19)式は次式に書換えられる。

$$\varepsilon \frac{d}{dz} \left(\frac{dc}{dz} \right) + w_f \frac{dc}{dz} = 0 \quad (6.21)$$

上式を z で積分すると、

$$\varepsilon \frac{dc}{dz} + w_f c + A_1 = 0$$

であり、積分定数 A_1 は水面における条件、すなわち水面 $z=h$ では水面から浮遊砂粒子が飛び出すことはないの

で $\frac{dc}{dz} = 0$ 、 $w_f c = 0$ であるから、 $A_1 = 0$ となる。

ゆえに、上式は次式で表される。

$$\varepsilon \frac{dc}{dz} + w_f c = 0 \quad (6.22)$$

上式を積分すると、

$$\int \frac{dc}{c} = \int \left(-\frac{w_f}{\varepsilon} \right) dz$$

ゆえに、

$$l_{nc} = -\frac{w_f}{\varepsilon} + A_2$$

または、

$$c = A_3 \exp \left(-\frac{w_f}{\varepsilon} z \right)$$

となる。ここで、基準点濃度 c_b を近似的に河床面上 ($z=0$) の濃度と考えると、 $A_3 = c_b$ であるから、濃度 c は次式で与えられることになる。

$$c = c_b \exp \left(-\frac{w_f}{\varepsilon} z \right) \quad (6.23)$$

上式が浮遊砂の濃度分布式である。

これに対して、前節までで使用していた濃度 c は河床から水面までの平均濃度である。(6.23)式により平均濃度 $\bar{c}$ を求めると、

$$\begin{aligned} \bar{c} &= \frac{1}{h} \int_0^h c dz = \frac{1}{h} \int_0^h c_b \exp \left(-\frac{w_f}{\varepsilon} z \right) dz \\ &= \frac{c_b}{h} \left[-\frac{\varepsilon}{w_f} \exp \left(-\frac{w_f}{\varepsilon} z \right) \right]_0^h \\ &= \frac{\varepsilon c_b}{w_f h} \left\{ \exp \left(-\frac{w_f}{\varepsilon} \cdot 0 \right) \right\} \\ &= \frac{\varepsilon c_b}{w_f h} \left\{ 1 - \exp \left(-\frac{w_f h}{\varepsilon} \right) \right\} \end{aligned}$$

ここで、 $\beta = w_f c \varepsilon$ とおくと、次式が得られる。

$$\bar{c} = \frac{c_b}{\beta} (1 - \ell - \beta) \quad (6.24)$$

上式が平均濃度 $\bar{c}$ と基準点濃度 c_b の関係式である。したがって、上式より基準点濃度は次式のように書き表わされる。

$$c_b = \frac{\beta}{1 - \ell - \beta} \bar{c} \quad (6.25)$$

6.6 実際河川の浮遊砂による河床変動計算法

前節で述べたように、これまで河床への沈降量は $w_f c$ としてきたが、実際には、 $w_f c_b$ であるので、(6.18)式および(6.25)式より実際河川における浮遊砂濃度の連続式として最終的に次式が得られる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{w_f}{h} \cdot \frac{\beta}{1 - \ell - \beta} c = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{q_{su}}{h} \quad (6.26)$$

既述のように、上式で拡散項を無視すると、次式が得られ、

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{w_f}{h} \cdot \frac{\beta}{1 - \ell - \beta} c = \frac{q_{su}}{h} \quad (6.27)$$

さらに、濃度の時間変化を無視すると、次式となる。

$$u \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{w_f}{h} \cdot \frac{\beta}{1 - \ell - \beta} c = \frac{q_{su}}{h} \quad (6.28)$$

また、浮遊砂による1次元の河床変動を考える場合の河床変動の連続式(6.11)式も、 $w_f c$ の代わりに $w_f c_b$ とする必要がある。したがって、浮遊砂による河床変動の連続式は次式で与えられることになる。

$$\frac{dz}{dt} = \frac{1}{1 - \ell} \left(q_{su} - w_f \frac{\beta}{1 - \ell - \beta} c \right) \quad (6.29)$$

以上で、浮遊砂による1次元の河床変動計算を行う準備が整ったので、ここでは河床変動の基礎式を差分法により解く手順を示す。図-6.7は浮遊砂による河床変動計算フローである。

- ① 現河床形について、与えられた流量条件のもとに不等流計算を行い、掃流力の縦断分布を求める。
- ② 砂粒の浮上量式を用いて、浮上粒子量の縦断分布を

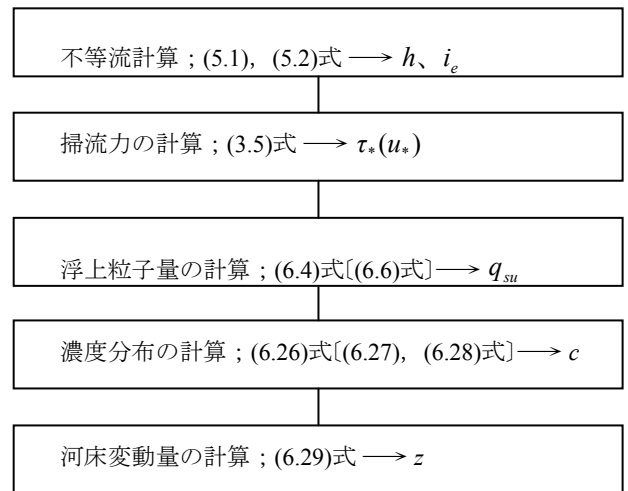


図-6.7 浮遊砂による河床変動計算のフロー

求める。

③浮遊砂濃度の連続式により、浮遊砂濃度の縦断分布を求める。

④河床変動の連続式により、河床変動を求める。

以上のプロセスを繰り返し行うことにより、河床高の時間変化を予測することができる。

差分法により安全な数値解を得るためには、差分スキームの与え方、差分幅 $\Delta x \cdot \Delta t$ のとり方、境界条件の設定に注意が必要である。これらの点については、以下の演習問題として解説することにする。

【演習問題 16】

砂粒の粒径 $d=0.05, 0.1, 1\text{mm}$ の場合について、おのおの無次元掃流力 $\tau_* = 0.1, 1, 2, 5, 10$ の場合の砂粒の浮上量 q_{su} を (6.4) 式および (6.6) 式で計算し、計算結果を比較せよ。

【演習問題 16 の解答】

(1) 考え方

本文中の (6.4) 式、(6.6) 式に、それぞれのケースの d, τ_* を代入して計算を行うが、計算上注意すべき点をあげておく。

① (6.4) 式を用いて q_{su} を計算するとき、まず (6.5) 式で Ω を計算する。このとき、分子と分母にそれぞれ積分項が入っている。まず、分子を積分すると、

$$\begin{aligned} (\text{分子の積分項}) &= \int_{a'}^{\infty} \xi \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\xi^2) d\xi \\ &= \left[\frac{-1}{2\sqrt{\pi}} \exp(-\xi^2) \right]_{a'}^{\infty} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \exp(-a'^2) \end{aligned}$$

となる。

次に、分母の積分項は次の近似式で与えられる。

$$\begin{aligned} (\text{分母の積分項}) &= \int_{a'}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\xi^2) d\xi \\ &\doteq \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-a'^2) \cdot \\ &\quad (\alpha_1 \cdot T + \alpha_2 \cdot T^2 + \alpha_3 \cdot T^3) \end{aligned}$$

ただし、

$$T = \frac{1}{1 + 0.33267 \cdot \sqrt{2 \cdot a'}}$$

$$\alpha_1 = 0.4361836, \alpha_2 = -0.1201676,$$

$$\alpha_3 = 0.9372980$$

ここで、上式は、 $\sqrt{2} a' \geq 0$ の場合に適用できる式であり、 $\sqrt{2} a' < 0$ 、すなわち $a' < 0$ の場合には、次のよ

うにして求める。

$$\text{i) } a' = |a'| \text{ とし、} \int_{a'}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\xi^2) d\xi$$

を求める。

ii) 実際の分母の積分項は、

$$(\text{分母の積分項}) = 1 - \int_{a'}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\xi^2) d\xi$$

として求められる。(詳しくは、図-6.8 を参照)

② 次の場合には、 $q_{su} = 0$ とする。

i) $\tau_* < \tau_{*c}$ (砂が移動しない) の場合

ii) $u_* / w_f < 1.08$ (掃流の状態) の場合

iii) $q_{su} < 0$ (浮上粒子量がない) の場合

(2) 実際の計算

実際に $d=0.1\text{mm}$, $\tau_* = 0.1$ について計算する。

$$\begin{aligned} w_f &= \left(\sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36v^2}{sgd^3}} - \sqrt{\frac{36v^2}{sgd^3}} \right) \cdot \sqrt{sgd} \\ &= \left(\sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36 \times 0.01^2}{1.65 \times 980 \times 0.01^3}} - \sqrt{\frac{36 \times 0.01^2}{1.65 \times 980 \times 0.01^3}} \right) \times \sqrt{1.65 \times 980 \times 0.01} \\ &= 0.840 \text{ cm/s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_* &= \sqrt{\tau_* \cdot sgd} = \sqrt{0.1 \times 1.65 \times 980 \times 0.01} \\ &= 1.272 \text{ cm/s} \end{aligned}$$

$$u_* / w_f = 1.272 / 0.840 = 1.51$$

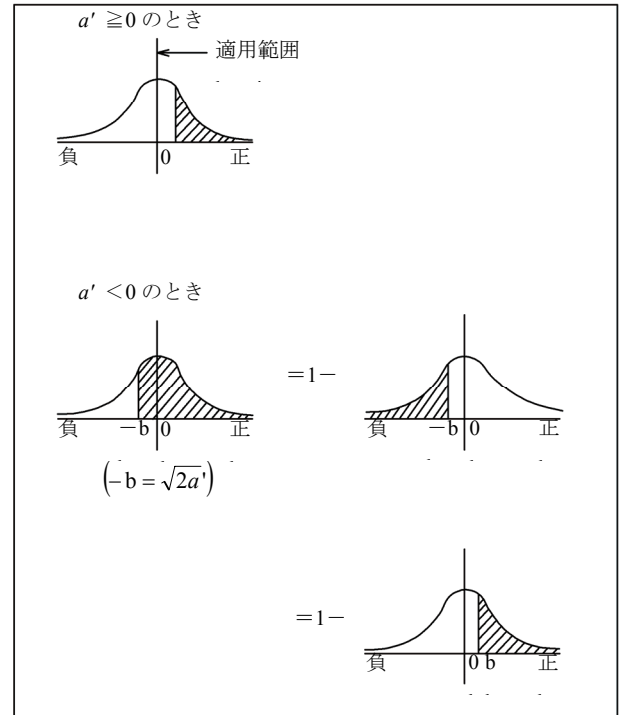


図-6.8 誤差関数の概念図

岩垣の式より $d=0.01\text{cm}$ の場合 u_{*c}^2 は、

$$\begin{aligned} u_{*c}^2 &= 8.41 d^{11/32} = 8.41 (0.01)^{11/32} \\ &= 1.727 \text{cm}^2/\text{s}^2 \end{aligned}$$

となる。ゆえに τ_{*c} は、

$$\tau_{*c} = \frac{u_{*c}^2}{sgd} = \frac{1.727}{1.65 \times 980 \times 0.01} = 0.107$$

(6.4)式、(6.5)式を使つて q_{su} を計算する。

$$\begin{aligned} a' &= B_*/\tau_* - 1/\eta_o = 0.143/0.1 - 1/0.5 \\ &= 0.57 \end{aligned}$$

$a' < 0$ なので、分母の積分項は次のようになる。

$$\begin{aligned} a' &= |a'| = |-0.57| = 0.57 \\ T &= 1 / \left(1 + 0.33267 \cdot \sqrt{2} \cdot a' \right) \\ &= 1 / \left(1 + 0.33267 \times \sqrt{2} \times 0.57 \right) \\ &= 0.78854 \\ \int_{a'}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\zeta^2) d\zeta \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-a'^2) \cdot \\ &\quad (\alpha_1 \cdot T + \alpha_2 \cdot T^2 + \alpha_3 \cdot T^3) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \exp(-0.57^2) \times (0.4361836 \\ &\quad \times 0.78854 - 0.1201676 \times 0.78854^2 \\ &\quad + 0.9372980 \times 0.78854^3) \\ &= 0.2101 \end{aligned}$$

$$(\text{分母の積分項}) = 1 - 0.2101 = 0.7899$$

分子の積分項は、

$$\begin{aligned} \int_{a'}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \zeta \exp(-\zeta^2) d\zeta \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \exp(-a'^2) \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \exp\{-(-0.57)^2\} \\ &= 0.2038 \end{aligned}$$

となる。

(6.5)式より、

$$\begin{aligned} \Omega &= \frac{\tau_*}{B_*} \cdot \frac{\int_{a'}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\zeta^2) d\zeta}{\int_{a'}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\zeta^2) d\zeta} + \frac{\tau_*}{B_* \eta_o} - 1 \\ &= \frac{0.1}{0.143} \times \frac{0.2038}{0.7899} + \frac{0.1}{0.143 \times 0.5} - 1 \\ &= 0.5790 \end{aligned}$$

となる。したがって、 q_{su} は、

$$q_{su} = K \cdot \left(\alpha_* \frac{\rho}{\rho_s} \cdot \frac{\Omega}{\sqrt{\tau_*}} - \frac{w_f}{\sqrt{sgd}} \right) \cdot \sqrt{sgd}$$

$$\begin{aligned} &= 0.008 \times \left(0.14 \times \frac{1.00}{2.65} \times \frac{0.5790}{\sqrt{0.1}} \right. \\ &\quad \left. - \frac{0.840}{\sqrt{1.65 \times 980 \times 0.01}} \right) \times \sqrt{1.65 \times 980 \times 0.01} \end{aligned}$$

$$= -0.0036 \text{cm/s}$$

$$= -3.6 \times 10^{-5} \text{m/s}$$

となる。

ここで、(1)の②の検討を行う。

i) $\tau_* = 0.1$, $\tau_{*c} = 0.107$ より, $\tau_* < \tau_{*c}$

ii) $u_*/w_f = 1.51$ より, $u_*/w_f > 1.08$

iii) $q_{su} = -3.6 \times 10^{-5} \text{m/s}$ より, $q_{su} < 0$

i) またはiii) より, $q_{su} = 0$ となる。

次に、(6.6)式により q_{su} を求める。

$$\begin{aligned} q_{su} &= 0.008 \times \left\{ 0.14 \frac{\rho}{\rho_s} \left(14 \sqrt{\tau_*} - \frac{0.9}{\sqrt{\tau_*}} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{w_f}{\sqrt{sgd}} \right\} \times \sqrt{sgd} \\ &= 0.008 \times \left\{ 0.14 \times \frac{1.00}{2.65} \times (14 \times \sqrt{0.1} \right. \\ &\quad \left. - \frac{0.9}{\sqrt{0.1}}) - \frac{0.840}{\sqrt{1.65 \times 980 \times 0.01}} \right\} \\ &\quad \times \sqrt{1.65 \times 980 \times 0.01} \\ &= -0.0040 \text{cm/s} \\ &= -4.0 \times 10^{-5} \text{m/s} \end{aligned}$$

となる。

(1)の②の検討を(6.4)式のとときと同様に行う。

i) $\tau_* = 0.1$, $\tau_{*c} = 0.107$ より, $\tau_* < \tau_{*c}$

ii) $u_*/w_f = 1.51$ より, $u_*/w_f > 1.08$

iii) $q_{su} = -4.0 \times 10^{-5} \text{m/s}$ より, $q_{su} < 0$

i) またはiii) より, $q_{su} = 0$ となる。

同様にして、各々の d , τ_* についての計算を行う。

(3) 計算機プログラムの概要

後述の補遺 [7] 参照。

(4) 計算結果

表-6.1 に計算結果を掲載する。

以上、解答作成者 白川俊也

表-6.1 計算結果

d (mm)	τ_*	τ_{*c}	u_*/w_f	(6.4) 式の q_{su} (m/s)	(6.6) 式の q_{su} (m/s)
0.050	0.1	0.140	4.0408	0.000E+0	0.000E+0
0.050	1.0	0.140	12.7782	0.139E-3	0.140E-3
0.050	2.0	0.140	18.0711	0.212E-3	0.212E-3
0.050	5.0	0.140	28.5729	0.354E-3	0.354E-3
0.050	10.0	0.140	40.4082	0.511E-3	0.511E-3
0.100	0.1	0.107	1.5146	0.000E+0	0.000E+0
0.100	1.0	0.107	4.7895	0.155E-3	0.155E-3
0.100	2.0	0.107	6.7733	0.258E-3	0.259E-3
0.100	5.0	0.107	10.7096	0.458E-3	0.458E-3
0.100	10.0	0.107	15.1456	0.681E-3	0.680E-3
1.000	0.1	0.034	0.4103	0.000E+0	0.000E+0
1.000	1.0	0.034	1.2976	0.000E+0	0.000E+0
1.000	2.0	0.034	1.8350	0.245E-3	0.246E-3
1.000	5.0	0.034	2.9014	0.878E-3	0.877E-3
1.000	10.0	0.034	4.1033	0.158E-2	0.158E-2

【演習問題 17】

前出の(演習問題 3)で示した河川において、河床砂の粒径 $d=0.1\text{mm}$ とした場合について、以下の設問に答えよ。

- (1) 砂粒の沈降速度 w_f を Rubey の式(4.6)式により求めよ。
- (2) 流量 $Q=4000\text{m}^3/\text{s}$ 、下流端水位 $H=5\text{m}$ のとき、水面形を求めよ。ただし、Manning の粗度係数 $n=0.025$ とする。
- (3) 各断面摩擦速度 u_* および無次元掃流力 τ_* を求めよ。
- (4) 各断面における砂粒の流砂形態を(4.3)式～(4.5)式により判定せよ。
- (5) 各断面の砂粒の浮上量 q_{su} を板倉の式(6.4)式、あるいは(6.6)式により求めよ。
- (6) 各断面の浮遊砂濃度 c を(6.10)式(後進差分)により求めよ。ただし、境界条件として与える c は(6.9)式の左辺 $=0$ として得られる $c = \frac{q_{su}}{w_f}$ とする。
- (6) (6)で得られた c と各断面で $c = \frac{q_{su}}{w_f}$ として計算した c とを比較せよ。

【演習問題 17 の解答】

(1) 考え方

本問は、浮遊砂の濃度 c を求める場合の手順を示したものである。すなわち、ある川において流量 $Q=4000\text{m}^3/\text{s}$ が流下しているときの各断面における浮遊砂の濃度 c は、

- ①砂粒の沈降速度 w_f を求める。
- ②水面形を求める。
- ③各断面の摩擦速度 u_* 無次元掃流力 τ_* を求める。
- ④流砂形態を判定する。
- ⑤浮上粒子量 q_{su} を求める。
- ⑥濃度 c を求める。

により算定することができる。

実際の河川では、④で砂粒の流送形式を判定した結果が掃流・浮遊の混在となるケースもでてくるが、その場合は、⑤以下の手順は異なったものとなる。本問は、あくまでも流砂形態が浮遊の場合のみに使用することに注意していただきたい。

(2) 実際の計算

- ①前出の(4.6)式を用いて、沈降速度 w_f を求める。

$$\frac{wf}{\sqrt{sgd}} = \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36v^2}{sgd^3}} - \sqrt{\frac{36v^2}{sgd^3}}$$

ここで、砂の水中比重 $s=1.65$ 、重量加速度 $g=980\text{m/s}^2$ 、砂粒の粒径 $d=0.01\text{cm}$ 、動粘性係数 $\nu=0.01\text{cm}^2/\text{s}$

$$wf = \left\{ \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36 \times 0.01^2}{1.65 \times 980 \times 0.01^3}} - \sqrt{\frac{36 \times 0.01^2}{1.65 \times 980 \times 0.01^3}} \right\} \times \sqrt{1.65 \times 980 \times 0.01}$$

$$= 0.84\text{cm/s}$$

②不等流計算により水面形を求める。実際の計算方法は第1, 2章を参照のこと。

③摩擦速度 u_* は(3.3)式、無次元掃流力 τ_* は(3.5)式を用いて計算する。

④各断面における砂粒の流送形式を、前出の(4.3)式～(4.5)式を用いて判定する。

⑤浮上粒子量 q_{su} を板倉の式(6.4)式を用いて求める。ここで問題となるのは(6.5)式の Ω の計算方法であるが、これについては前出の(演習問題16)で解説したので、説明を省略する。

第1断面について q_{su} を求めてみよう。

$$a' = B_* / \tau_* - 1 / \eta_o$$

$$= 0.143 / 15.75 - 1 / 0.5$$

$$= -1.99$$

$a' < 0$ なので、 $a' = |a'| = 1.99$ とおくと、

$$\int_a^\infty \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\xi^2) d\xi = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \exp(-a'^2)$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \exp(-1.99^2)$$

$$= 0.00538$$

$$T = 1 / (1 + 0.33267 \times \sqrt{2} \times 1.99)$$

$$= 0.516$$

$$X = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \{\exp(-1.99^2)\} \times (0.4361836$$

$$\times 0.516 - 0.1201676 \times 0.516^2 + 0.9372980$$

$$\times 0.516^3)$$

$$= 0.00245$$

$a' < 0$ なので、

$$X = 1 - X$$

$$= 1 - 0.00245$$

$$= 0.99755$$

したがって、(6.5)式より、

$$\Omega = \frac{\tau_*}{B_*} \cdot \frac{\int_a^\infty \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\xi^2) d\xi}{\int_a^\infty \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-\xi^2) d\xi} + \frac{\tau_*}{B_* \eta_o} - 1$$

$$= \frac{15.75}{0.143} \times \frac{0.00538}{0.99755} + \frac{15.75}{0.143 \times 0.5} - 1$$

$$= 0.594 + 220 - 1$$

$$= 219.549$$

となり、求める q_{su} は、

$$q_{su} = K \left(\alpha_* \frac{\rho}{\rho_s} \frac{\Omega}{\sqrt{\tau_*}} - \frac{wf}{\sqrt{sgd}} \right) \sqrt{sgd}$$

$$= 0.008 \times \left(0.14 \times \frac{1.0}{2.65} \times \frac{219.549}{\sqrt{15.75}} \right.$$

$$\left. - \frac{0.0084}{\sqrt{1.65 \times 9.8 \times 0.0001}} \right) \times \sqrt{1.65 \times 9.8 \times 0.0001}$$

$$= 0.00087\text{m/s}$$

となる。

以下、同様の計算を各断面ごとに行う。

⑥後進差分なので、上流端で境界条件を与え、下流に向かって計算する。浮遊砂の濃度 c は、次式で、求められる。

$$ci = \frac{q_{su} + ci + 1 \frac{Q}{B_i \cdot \Delta x}}{\frac{Q}{B_i \cdot \Delta x} + w_f}$$

例えば、No.9断面濃度 c_9 は、

$$c_9 = \frac{q_{su9} + c_{10} \frac{Q}{B_9 \cdot \Delta x}}{\frac{Q}{B_9 \cdot \Delta x} + w_f}$$

$$= \frac{0.00117 + 0.1724 \times \frac{4000}{300 \times 500}}{\frac{4000}{300 \times 500} + 0.0084}$$

$$= 0.1644$$

以下、同様に計算を繰返していけば、逐次流測断面の濃度 c が求まる。

⑦各断面の濃度 c を q_{su}/w_f で求める。

(3) 計算機プログラムの概要

後述の補遺〔8〕参照。

(4) 計算結果

表-6.2に各断面の河床高、水深、水位、 u_* 、 τ_* 、 u_*/w_f 、流砂形態、 q_{su} 、後進差分による c 、 q_{su}/w_f による c' を示す。

以上、解答作成者 渡辺和好

表-6.2 計算結果

断面 No.	河床高(m)	水深(m)	水位(m)	$u_* (m/s)$	τ_*	u_* / w_f	流砂形態	$q_{su}(m/s)$	c	$c' (=q_{su}/w_f)$
1	0	5.00	5.00	0.1596	15.75	19	浮遊	0.00087	0.1240	0.1042
2	0.5	4.78	5.28	0.1578	15.40	19	〃	0.00086	0.1302	0.1029
3	0.9	4.56	5.46	0.1904	22.41	23	〃	0.00106	0.1394	0.1259
4	0.8	4.75	5.55	0.2032	25.53	24	〃	0.00113	0.1410	0.1350
5	2.0	4.16	6.16	0.1978	24.18	24	〃	0.00110	0.1429	0.1312
6	2.3	4.15	6.45	0.1985	24.38	24	〃	0.00111	0.1451	0.1317
7	3.0	3.85	6.85	0.2031	25.50	24	〃	0.00113	0.1485	0.1349
8	3.0	4.47	7.47	0.1561	15.07	19	〃	0.00085	0.1530	0.1017
9	3.5	3.98	7.48	0.2085	26.88	25	〃	0.00117	0.1644	0.1388
10	4.0	3.90	7.90	0.2560	40.54	30	〃	0.00145	0.1724	0.1724

【演習問題 18】

河床勾配 $i_b = 1/700$ 河幅 $B = 100\text{m}$, Manning の粗度係数 $n = 0.02$, 河床砂の粒径 $d = 0.1\text{mm}$ の広矩形断面水路に流量 $Q = 500\text{m}^3/\text{s}$ が流下する場合について、以下の設問に答えよ。ただし、下流端の水位 $H = 12\text{m}$, 同河床高 $z = 0\text{m}$ (表高) とし、計算延長 $L = 10\text{km}$, 計算区間距離 $\Delta x = 200\text{m}$ とする。

- (1) 初期断面における水面形を求めよ。
- (2) 各断面の浮遊砂濃度 c を (6.10) 式で求めよ。ただし、差分計算は後進差分で行い、上流端の濃度 $c_0 = q_{su}/w_f$ とせよ。
- (3) (6.11) 式を用いて、各断面の 10 秒後の河床変動高 Δz を後進差分で求めよ。ただし、境界条件として上流端の $\Delta z = 0$ を与えよ。
- (4) 計算時間間隔 $\Delta t = 10$ 秒として、24 時間分の河床変動の過程を縦断面図に示せ。なお、縦断面図には 1, 4, 12, 24 時間後の河床形状を描くこと。

【演習問題 18 の解答】

(1) 考え方

① 不等流計算により水面形を求める。不等流計算についてはすでに、第 1, 2 章で詳しく述べたので、ここでは説明を省略する。

② 浮遊砂濃度の連続式は、次に示す (6.9) 式である。

$$\frac{Q}{B} \cdot \frac{dc}{dx} = q_{su} - w_f \cdot c \quad \dots\dots\dots (6.9)$$

(6.9) 式を後進差分形で表すと、次式が得られる。

$$\frac{Q}{B(x)} \cdot \frac{c(x) - c(x - \Delta x)}{\Delta x} = q_{su}(x) - w_f \cdot c(x)$$

上式を $c(x)$ について整理すると、

$$c(x) = \frac{q_{su}(x) + c(x - \Delta x) \frac{Q}{B(x) \cdot \Delta x}}{\frac{Q}{B(x) \cdot \Delta x} + w_f} \quad \dots\dots\dots (6.10)$$

したがって、各断面における河床からの浮上粒子量 $q_{su}(x)$, 砂粒の沈降速度 w_f , 境界条件として上流端の濃度 c_0 が与えられれば、(6.10) 式により逐次下流側断面の浮遊砂濃度が求められることがわかる。ここでは、(6.9) 式において流下方向に濃度が一定、すなわち、 $dc/dx = 0$ とおいて得られる $c = q_{su}/w_f$ を用いて、上流端浮遊砂濃度を与えることとする。

計算の手順としては、

- (i) 粒子の沈降速度を計算する。
- (ii) 限界摩擦速度 u_{*c} , 限界掃流力 τ_{*c} を計算する。
- (iii) 不等流計算により水面形を求める。
- (iv) 各断面における浮上粒子量 q_{su} を求める。
- (v) 上流端濃度 $c_0 = q_{su}/w_f$ を求める。
- (vi) 各断面の浮遊砂濃度 $c(x)$ を (6.10) 式を用いて求める。

① 浮遊砂による河床変動の連続式は、(6.11) 式である。

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{1-\lambda} (q_{su} - w_f \cdot c) \quad \dots\dots\dots (6.11)$$

(6.11) 式を差分表示すると、次式が得られる。

$$\frac{\Delta z(x)}{\Delta t} = -\frac{1}{1-\lambda} \{q_{su}(x) - w_f \cdot c(x)\} \quad \dots\dots\dots (A)$$

(A) 式を Δz について整理すると、次式を得る。

$$\Delta z(x) = -\frac{\Delta t}{1-\lambda} \{q_{su}(x) - w_f \cdot c(x)\} \dots\dots\dots (B)$$

②において、すでに得られている $q_{su}(x)$, $c(x)$, w_f を用いれば、各断面の河床変動量 $\Delta z(x)$ は(B)式により容易に求められる。

計算の手順としては、

- (i) 計算時間間隔 Δt (秒)の設定。
- (ii) 設問②における(i)～(iv)までの計算を行う。
- (iii) (B)式を用いて、 Δt (=10 秒)後の各断面における河床変動量 $\Delta z(x)$ を求める。なお、上流端河床の境界条件として $\Delta z=0$ を与える。

④ 計算時間間隔 $\Delta t=10$ 秒を設定し、24 時間分の河床変動計算を行う手順は、①～③までの計算手順を応用したものにはすぎない。再度計算手順を追ってみる。

計算手順

- (i) 粒子の沈降速度 w_f を計算する。
- (ii) 限界摩擦速度 u_{*c} , 限界掃流力 τ_{*c} を計算する。
- (iii) 不等流計算により水面形を求める。
- (iv) 各断面における浮上粒子量 $q_{su}(x)$ を求める。
- (v) 上流端濃度 $c_0=q_{su}/w_f$ を求める。
- (vi) 各断面の浮遊砂濃度 $c(x)$ を、(6.11)式を用いて求める。
- (vii) 各断面の Δt 秒後の河床変動量 $\Delta z(x)$ を計算し、変動後の河床高を $z(x)=z(x) + \Delta z(x)$ により求める。
- (viii) 求めようとする時間まで(iii)～(vii)の計算を繰り返す。

(2) 実際の計算

①不等流計算結果は、表－6.3㉑に示す。

②(6.10)式を用いて、各断面の浮遊砂濃度 $c(x)$ を計算する。ここでは、水面形、限界摩擦速度 u_{*c} , 限界掃流力 τ_{*c} , 河床からの浮上粒子量 $q_{su}(x)$ が与えられているものとする。

(i) 上流端濃度 $c(51)$ を求める。

$$c(51) = q_{su}(51)/w_f$$

$$=0.0008665/0.0083959$$

$$=0.10321$$

(ii) $c(50)$ を求める。(6.10)式を用いれば、

$$c(50) = \frac{q_{su}(50) + c(51) \frac{Q}{B(50) \cdot \Delta x}}{\frac{Q}{B(50) \cdot \Delta x} + w_f}$$

$$= \frac{0.0008665 + 0.10321 \times \frac{500}{100 \times 200}}{\frac{500}{100 \times 200} + 0.0083959}$$

$$=0.10321$$

同様に $c(49)$, $c(48)$, $\dots\dots\dots c(1)$ まで逐次計算を進めていけばよい。計算結果は表－6.3㉒に示す。

③(B)式を用いて、各断面の河床変動量 $\Delta z(x)$ を求める。ここでは水面形、限界摩擦速度 u_{*c} , 限界掃流力 τ_{*c} , 河床からの浮上粒子量 $q_{su}(x)$, 浮遊砂濃度 $c(x)$, 計算ステップ Δt が与えられているものとする。

(i) 設問③の境界条件により、上流端には、 $\Delta z(51)=0$ であるので $\Delta z(50)$ より計算を開始する。

$$\begin{aligned} \Delta z(50) &= -\frac{\Delta t}{1-\lambda} \{q_{su}(50) - w_f \cdot c(50)\} \\ &= \frac{-10}{1-0.4} \{0.0008665 - 0.0083959 \times 0.10321\} \\ &= 5.0835 \times 10^{-7} \text{m} \end{aligned}$$

同様に、 $\Delta z(49)$, $\Delta z(48)$, $\dots\dots\dots \Delta z(1)$ まで逐次計算を進めれば良い。計算結果は表－6.3㉓に示す。

④ ①～③までの計算により、 Δt 秒数の河床変動量が求められた。次に $z=z + \Delta z$ として計算を進めていくが、上流側の断面ではそれほど大きな変動が現れないため、追加距離 5, 600m 地点の河床高 $z(29)$ を例に計算例を紹介する。

(i) 計算経過時間 NTM が 0, 10, 20, 30 秒のときの河床高 $z(29)$ の変化を追ってみる。

NTM (sec)	水深 (m)	河床高(m) $z(29)$	無次元掃流力 τ_*	摩擦速度 u_* (m/s)	浮上粒子数 q_{su} (m/s)	浮遊砂濃度 c	河床変動量 Δz (m)
0	4.043	8.0000	2.3278	0.0614	0.002855	0.04934	0.0000
10	4.043	8.0021	2.3278	0.0614	0.002855	0.04934	0.0021
20	4.041	8.0043	2.3304	0.0614	0.002858	0.04937	0.0021
30	4.039	8.0064	2.3330	0.0614	0.002860	0.04941	0.0021
40	4.037	8.0086	2.3356	0.0615	0.002862	0.04944	0.0021
50	4.035	8.0107	2.3382	0.0615	0.002864	0.04947	0.0022

10 秒ごとの河床の変化は、非常に小さなものであることがわかる。図－6.10 は計算経過時間 1, 4, 12, 24 時間後の河床をプロットしたものである。上流側から徐々に堆積していく様子が見える。

(3) 計算機プログラムの概要

後述の補遺 [9] 参照。

(4) 計算結果

各設問に対する結果の図表をまとめると、以下のとおりである。

設問①→表－6.3 ①および図－6.9 参照。

設問②→表－6.3 ②参照。

設問③→表－6.3 ③参照。

設問④→表－6.10 参照。

以上、解答作成者 村上泰啓

表－6.3 計算結果 (10 秒後)

No.	追加距離 KP (m)	河床高 z (m)	① 水位 H (m)	無次元 掃流力 τ_*	浮上粒子数 q_{su} (m/s)	② 濃度 c	③ 河床変動量 Δz (m)
1	0	0.000	12.000	0.1838	0.0000E+00	0.00144	0.00020
2	200	0.286	12.000	0.1945	0.2213E-05	0.00192	0.00023
3	400	0.571	12.000	0.2060	0.6126E-05	0.00247	0.00024
4	600	0.857	12.000	0.2185	0.1023E-04	0.00306	0.00026
5	800	1.143	12.001	0.2322	0.1453E-04	0.00368	0.00027
6	1000	1.429	12.001	0.2471	0.1905E-04	0.00433	0.00029
7	1200	1.714	12.001	0.2634	0.2380E-04	0.00502	0.00031
8	1400	2.000	12.001	0.2812	0.2880E-04	0.00576	0.00033
9	1600	2.286	12.001	0.3009	0.3406E-04	0.00654	0.00035
10	1800	2.571	12.002	0.3226	0.3962E-04	0.00737	0.00037
11	2000	2.857	12.002	0.3466	0.4550E-04	0.00827	0.00040
12	2200	3.143	12.002	0.3732	0.5173E-04	0.00922	0.00043
13	2400	3.429	12.003	0.4028	0.5834E-04	0.01025	0.00046
14	2600	3.714	12.003	0.4359	0.6538E-04	0.01136	0.00050
15	2800	4.000	12.004	0.4730	0.7289E-04	0.01255	0.00054
16	3000	4.286	12.004	0.5147	0.8093E-04	0.01386	0.00059
17	3200	4.571	12.005	0.5620	0.8955E-04	0.01527	0.00065
18	3400	4.857	12.006	0.6156	0.9883E-04	0.01682	0.00071
19	3600	5.143	12.007	0.6768	0.1089E-03	0.01851	0.00078
20	3800	5.429	12.008	0.7471	0.1197E-03	0.02038	0.00086
21	4000	5.714	12.010	0.8282	0.1316E-03	0.02243	0.00095
22	4200	6.000	12.012	0.9223	0.1445E-03	0.02470	0.00105
23	4400	6.286	12.014	1.0324	0.1587E-03	0.02722	0.00117
24	4600	6.571	12.016	1.1620	0.1744E-03	0.03001	0.00130
25	4800	6.857	12.019	1.3159	0.1918E-03	0.03311	0.00144
26	5000	7.143	12.023	1.5000	0.2112E-03	0.03657	0.00160
27	5200	7.429	12.028	1.7224	0.2330E-03	0.04040	0.00177
28	5400	7.714	12.035	1.9936	0.2576E-03	0.04465	0.00196
29	5600	8.000	12.043	2.3278	0.2855E-03	0.04934	0.00215
30	5800	8.286	12.053	2.7440	0.3176E-03	0.05449	0.00233
31	6000	8.571	12.066	3.2701	0.3546E-03	0.06008	0.00250
32	6200	8.857	12.084	3.9398	0.3975E-03	0.06608	0.00262
33	6400	9.143	12.108	4.7985	0.4473E-03	0.07237	0.00267
34	6600	9.429	12.142	5.8997	0.5048E-03	0.07878	0.00261
35	6800	9.714	12.192	7.2936	0.5703E-03	0.08505	0.00239
36	7000	10.000	12.266	8.9903	0.6418E-03	0.09080	0.00200
37	7200	10.286	12.373	10.8876	0.7141E-03	0.09562	0.00147
38	7400	10.571	12.525	12.7075	0.7777E-03	0.09917	0.00091
39	7600	10.857	12.726	14.0883	0.8229E-03	0.10137	0.00047
40	7800	11.143	12.967	14.9023	0.8485E-03	0.10250	0.00020
41	8000	11.429	13.233	15.2818	0.8602E-03	0.10298	0.00008
42	8200	11.714	13.511	15.4338	0.8648E-03	0.10316	0.00003
43	8400	12.000	13.794	15.4903	0.8665E-03	0.10321	0.00001
44	8600	12.286	14.080	15.4903	0.8665E-03	0.10321	0.00000
45	8800	12.571	14.366	15.4903	0.8665E-03	0.10321	0.00000
46	9000	12.857	14.652	15.4903	0.8665E-03	0.10321	0.00000
47	9200	13.143	14.937	15.4903	0.8665E-03	0.10321	0.00000
48	9400	13.429	15.223	15.4903	0.8665E-03	0.10321	0.00000
49	9600	13.714	15.509	15.4903	0.8665E-03	0.10321	0.00000
50	9800	14.000	15.794	15.4903	0.8665E-03	0.10321	0.00000
51	10000	14.286	16.080	15.4903	0.8665E-03	0.10321	0.00000

$\tau_{*c}=0.1068$ $w_f=0.83959$ (cm/s)

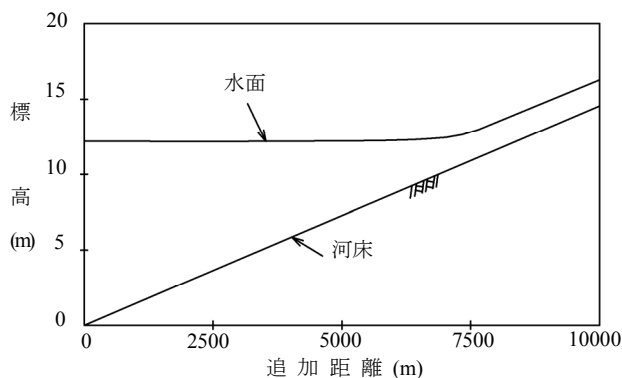


図-6.9 初期断面における水面形

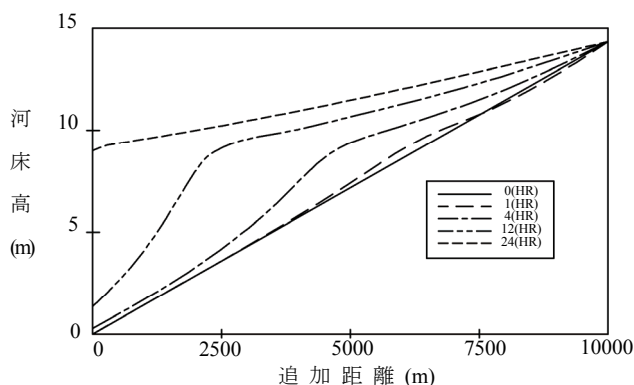


図-6.10 河床の時間変化図

【演習問題 19】

(演習問題 18) の条件で、浮遊砂濃度 c の計算を(6.13)式で行った場合の河床を計算せよ。

【演習問題 19 の解答】

(1) 考え方

浮遊砂濃度 c を求める式(6.13)式は、

$$h \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{Q}{B} \frac{\partial c}{\partial x} = q_{su} - wf \cdot c$$

である。

参考までに、前問で用いた濃度の算定式(6.9)式を示すと、

$$\frac{Q}{B} \cdot \frac{\partial c}{\partial x} = q_{su} - wf \cdot c$$

であり、(6.13)式は(6.9)式に非定常性を考慮していることに注意されたい。

河床変動量を求める式は、前問と同様に次式の(6.11)式を用いる。

$$\frac{dz}{dt} = -\frac{1}{1-\lambda} (q_{su} - wf \cdot c)$$

前問と本問の大きな違いは、前問では河床変動量を求める微小時間 Δt の間では浮遊砂濃度 c を一定として求

めたのに対して、本問ではその Δt の間でさらに時間を細分化し、浮遊砂濃度を求めていることである。

実際の計算に当たっては、差分表示した(6.15)式を用いる。

計算手順としては、

- (i) 不等流計算により各断面の水位を求める。(計算の方法については、第1, 第2章を参照のこと。)
- (ii) 無次元掃流力 τ_* , 流水中の砂粒の沈降速度 w_f , 浮上粒子量 q_{su} を計算する。
- (iii) 流水中の砂粒の濃度 c を与えられた境界条件および(6.15)式を用いて求める。
- (iv) (6.11)式を用いて河床変動量 Δz を計算し、変動後の河床高 z を求める。
- (v) 求めようとする時間まで上記(i)～(iv)の計算を繰り返す。

(2) 実際の計算

浮遊砂濃度および河床変動量を求める場合の差分式を以下に示す。

$$c(J, t + \Delta t_1) = c(J, t) + \frac{\Delta t}{h} \{ q_{su} - wf \cdot$$

$$c(J, t) - \frac{Q}{B} \frac{c(J, t) - c(J+1, t)}{\Delta x} \}$$

$$\Delta z = \frac{1}{1-\lambda} \{ wf \cdot c(J, t) - q_{su} \} \cdot \Delta t_2$$

ただし、 Δt_1 : 濃度を求める微小時間

Δt_2 : 河床変動を求める微小時間

J : 断面 No. (下流端=1)

ここで、水深 h , 砂粒の沈降速度 w_f , 断面間距離 Δx などの諸元は、あらかじめ与えられているものとする。

以下に、 $\Delta t_1 = 50\text{sec}$, $\Delta t_2 = 100\text{sec}$ とした場合の計算例を示すが、この例の場合には、濃度を2回計算して河床変動量を1回計算するという要領で計算を行えばよい。

(i) $t = 0\text{sec}$

$$c(51, 0) = \frac{q_{su}}{wf} = \frac{8.675 \times 10^{-4}}{8.396 \times 10^{-3}} = 0.10332$$

$$c(50, 0) = 0$$

$$\vdots$$

$$c(1, 0) = 0$$

(iii) $t = 50\text{sec}$

$$c(51, 50) = 0.10332$$

$$c(50, 50) = c(50, 0) + \frac{\Delta t_1}{h} \{ q_{su} - wf \cdot$$

$$c(50, 0) - \frac{Q}{B} \frac{c(50, 0) - c(51, 0)}{\Delta x} \}$$

$$\begin{aligned}
&= 0 + \frac{50}{1.79279} \left\{ 8.675 \times 10^{-4} - 0 \right. \\
&\quad \left. - \frac{500}{100} \times \frac{0 - 0.10332}{200} \right\} \\
&= 0.09623 \\
c(49,50) &= c(49,0) + \frac{\Delta t_1}{h} \{ q_{su} - wf \cdot \\
&\quad c(49,0) - \frac{Q}{B} \frac{c(49,0) - c(50,0)}{\Delta x} \} \\
&= 0 + \frac{50}{1.79278} \left\{ 8.675 \times 10^{-4} \right. \\
&\quad \left. - \frac{500}{100} \times \frac{0 - 0}{200} \right\} \\
&= 0.024194 \\
c(48,50) &= \dots\dots\dots \\
&\vdots \\
c(1,50) &= \dots\dots\dots
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(iii) } t &= 100\text{sec} \\
\Delta z(5,100) &= \frac{1}{1-\lambda} \{ wf \cdot c(51,0) - q_{su} \} \cdot \Delta t_2 \\
&= 0 \\
\Delta z(50,100) &= \frac{1}{1-\lambda} \{ wf \cdot c(50,0) - q_{su} \} \cdot \Delta t_2 \\
&= -0.14458 \\
\Delta z(49,100) &= \dots\dots\dots \\
&\vdots \\
\Delta z(1,100) &= \dots\dots\dots
\end{aligned}$$

以上の手順を，所要時間繰返せばよい。

(3) 計算機プログラムの概要

後述の補遺〔10〕参照。

(4) 計算結果

24 時間経過後の計算結果を表－6.4 に，また前問と同様に河床の時間変化を図－6.11 に示す。

以上，解答作成者 本間 隆

表－6.4 計算結果 (24 時間後)

No.	河床高 z (m)	累加変動高 Δz (m)	水 位 H (m)	水 深 h (m)	無次元 掃流力 τ _*	摩擦速度 u* (cm/s)	砂粒の 浮上量 q _{su} (cm/s)	濃 度 c
1	9.01178	9.01178	12.00000	2.98822	4.71215	8.72900	0.04425	0.05737
2	9.20980	8.92409	12.04163	2.83182	5.34190	9.29400	0.04764	0.05903
3	9.32471	8.75328	12.09956	2.77486	5.60128	9.51697	0.04898	0.05984
4	9.41527	8.55813	12.16411	2.74884	5.72579	9.62216	0.04961	0.06037
5	9.49992	8.35706	12.23145	2.73152	5.81082	9.69334	0.05004	0.06082
6	9.58375	8.15518	12.30042	2.71667	5.88521	9.75519	0.05041	0.06124
7	9.66813	7.95384	12.37074	2.70262	5.95689	9.81442	0.05077	0.06166
8	9.75341	7.75341	12.44232	2.68892	6.02794	9.87278	0.05112	0.06207
9	9.83969	7.55398	12.51515	2.67546	6.09894	9.93075	0.05146	0.06248
10	9.92702	7.35559	12.58923	2.66222	6.16995	9.98840	0.05181	0.06288
11	10.01539	7.15824	12.66458	2.64919	6.24097	10.04571	0.05215	0.06329
12	10.10481	6.96195	12.74119	2.63638	6.31197	10.10270	0.05249	0.06369
13	10.19529	6.76672	12.81907	2.62378	6.38289	10.15930	0.05283	0.06408
14	10.28683	6.57254	12.89823	2.61141	6.45370	10.21549	0.05317	0.06447
15	10.37942	6.37942	12.97868	2.59926	6.52431	10.27123	0.05350	0.06486
16	10.47308	6.18736	13.06041	2.58734	6.59465	10.32645	0.05383	0.06524
17	10.56779	5.99636	13.14344	2.57565	6.66469	10.38114	0.05416	0.06562
18	10.66355	5.80641	13.22775	2.56420	6.73434	10.43524	0.05449	0.06599
19	10.76036	5.61750	13.31335	2.55299	6.80352	10.48870	0.05481	0.06636
20	10.85821	5.42964	13.40024	2.54203	6.87216	10.54149	0.05512	0.06671
21	10.95709	5.24281	13.48842	2.53133	6.94017	10.59352	0.05543	0.06707
22	11.05700	5.05700	13.57788	2.52087	7.00751	10.64478	0.05574	0.06741
23	11.15792	4.87220	13.66860	2.51069	7.07403	10.69519	0.05604	0.06775
24	11.25983	4.68840	13.76060	2.50076	7.13968	10.74470	0.05634	0.06808
25	11.36273	4.50559	13.85384	2.49111	7.20439	10.79329	0.05663	0.06841
26	11.46659	4.32373	13.94833	2.48174	7.26804	10.84086	0.05691	0.06872
27	11.57140	4.14283	14.04405	2.47265	7.33054	10.88737	0.05719	0.06903
28	11.67713	3.96285	14.14098	2.46385	7.39181	10.93277	0.05746	0.06933
29	11.78377	3.78377	14.23910	2.45533	7.45177	10.97703	0.05773	0.06961
30	11.89128	3.60557	14.33840	2.44711	7.51029	11.02005	0.05799	0.06989
31	11.99965	3.42822	14.43884	2.43920	7.56729	11.06178	0.05823	0.07016
32	12.10883	3.25169	14.54042	2.43159	7.62267	11.10219	0.05848	0.07041
33	12.21880	3.07594	14.64309	2.42429	7.67631	11.14118	0.05871	0.07066
34	12.32953	2.90096	14.74683	2.41730	7.72818	11.17876	0.05893	0.07089
35	12.44098	2.72669	14.85161	2.41064	7.77813	11.21483	0.05915	0.07111
36	12.55311	2.55311	14.95740	2.40429	7.82611	11.24936	0.05936	0.07132
37	12.66588	2.38017	15.06416	2.39828	7.87197	11.28227	0.05955	0.07152
38	12.77926	2.20783	15.17186	2.39260	7.91566	11.31354	0.05974	0.07171
39	12.89319	2.03605	15.28044	2.38725	7.95709	11.34311	0.05992	0.07188
40	13.00764	1.86478	15.38988	2.38225	7.99615	11.37092	0.06008	0.07204
41	13.12255	1.69398	15.50013	2.37759	8.03277	11.39692	0.06024	0.07218
42	13.23787	1.52359	15.61114	2.37327	8.06690	11.42111	0.06038	0.07231
43	13.35356	1.35356	15.72287	2.36931	8.09841	11.44339	0.06052	0.07243
44	13.46956	1.18385	15.83526	2.36569	8.12730	11.46379	0.06064	0.07253
45	13.58582	1.01439	15.94827	2.36244	8.15342	11.48219	0.06075	0.07262
46	13.70229	0.84515	16.06183	2.35954	8.17687	11.49869	0.06085	0.07270
47	13.81890	0.67603	16.17589	2.35699	8.19750	11.51320	0.06093	0.07276
48	13.93560	0.50703	16.29042	2.35482	8.21514	11.52557	0.06101	0.07280
49	14.05231	0.33802	16.40533	2.35303	8.22973	11.53581	0.06107	0.07282
50	14.16907	0.16907	16.52058	2.35151	8.24212	11.54448	0.06112	0.07282
51	14.28572	0.00000	16.63724	2.35151	8.24212	11.54448	0.06112	0.07280

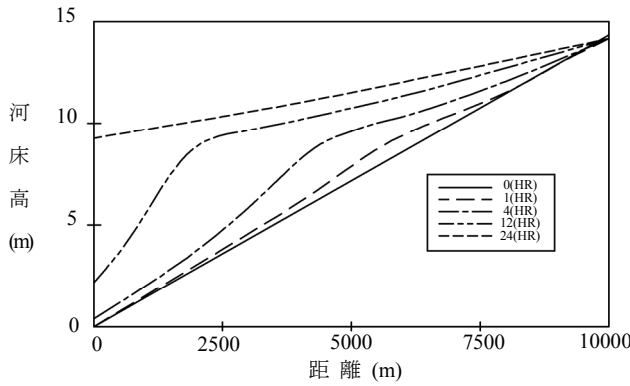


図-6.11 河床の時間変化図

【演習問題 20】

前出の(演習問題 18)の条件で, 下記の 3 ケースについて河床変動計算を行ったときの計算法, 差分式, プログラムおよび計算結果を示せ。但し拡散係数 D は 0.001 とする。

- (1) 浮遊砂の濃度 c の計算を (6.26) 式, 河床変動高の算定を (6.29) 式を行った場合。
- (2) 浮遊砂の濃度 c の計算を (6.27) 式, 河床変動高の算定を (6.29) 式で行った場合。
- (3) 浮遊砂の濃度 c の計算を (6.28) 式, 河床変動高の算定を (6.29) 式で行った場合。

【演習問題 20 の解答】

(1) 考え方

本問では, 濃度 c 計算を深さ方向の濃度変化を考慮し, ①拡散項, 時間変化を考慮した場合, ②拡散項を無視した場合, ③拡散項, 時間変化を無視した場合の 3 ケースの計算手法について計算結果の比較検討を行う。

1) 拡散, 時間の変化を考慮した場合 [(6.26 式)]

解法の手順は, これまでの, 河床変動計算と同様に,

- i) 現河床形について不等流計算を行い, 掃流力の縦断分布を求める。
- ii) 砂粒の浮上量式を用いて浮上粒子量の縦断分布を求める。
- iii) 浮遊砂濃度の連続式により, 浮遊砂濃度の縦断分布を求める。
- iv) 河床変動の連続式により河床変動量を計算する。

以上の i) ~ iv) を繰り返す。

i) の不等流計算は, これまでなん度もできているので説明は省略する。また, ii) の浮上粒子量の計算についても, (演習問題 16~19) で詳しく述べられているので, 説明は省略する。ここでは iii), iv) について, 説明する。

浮遊砂濃度の連続式は, (6.26) 式を用いる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{wf}{h} \frac{\beta}{1-e-\beta} c = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{q_{su}}{h} \quad (6.26)$$

上式を差分化して濃度 c を計算する。上式を時間 t については前進差分, 距離 x については後進差分とすると①式になる。

$$\begin{aligned} & \frac{c(t+\Delta t, x) - c(t, x)}{\Delta t} + u \frac{c(t, x) - c(t, x-\Delta x)}{\Delta x} \\ & + \frac{wf}{h} \frac{\beta}{1-e-\beta} c(t, x) = \\ & D \frac{c(t, x+\Delta x) - c(t, x)}{\Delta x} - \frac{c(t, x) - c(t, x-\Delta x)}{\Delta x} \end{aligned}$$

$$+ \frac{q_{su}}{h} \quad (1)$$

①式を整理し, $u = Q/A = Q/Bh$ なる関係を代入すると,

$$\begin{aligned} & c(t+\Delta t, x) = c(t, x) \\ & + \left\{ D \cdot \frac{c(t, x+\Delta x) + c(t, x-\Delta x) - 2c(t, x)}{\Delta x^2} \right. \\ & + q_{su} \frac{Q}{B} \frac{c(t, x) - c(t, x-\Delta x)}{\Delta x} \\ & \left. + wf \frac{\beta}{1-e-\beta} c(t, x) \right\} \frac{\Delta t}{h} \quad (2) \end{aligned}$$

②式を用いると, 濃度 c の縦断分布を求めることができる。なお, 計算の際は濃度 c の初期条件, 境界条件を設定しなければならないが, ここでは, 初期条件は

$$c(0, x) = 0, \text{ 境界条件は上流端で } c = q_{su} / \left\{ wf \cdot \frac{\beta}{1-e-\beta} \right\}, \text{ 下流で } \frac{\partial c}{\partial x} = 0 \text{ として計算をおこなった。}$$

次に, iv) の河床変動の計算方法について説明する。

河床変動の連続式は (6.29) 式を用いる。

$$\frac{dz}{dt} = -\frac{1}{1-\lambda} \left(q_{su} - wf \frac{\beta}{1-e-\beta} c \right) \quad (6.29)$$

(6.29) 式を差分表示して整理すると,

$$\Delta z = \frac{1}{1-\lambda} \left(q_{su} - wf \frac{\beta}{1-e-\beta} c \right) \Delta t \quad (3)$$

③式により河床変動量 Δz を求める。

あとは, 不等流計算~浮上粒子量の計算~濃度の計算~河床変動量の計算というプロセスを所要時間繰返せばよい。

なお, 計算の条件設定で気をつけなければならない点は, 濃度計算における Δt の大きさである。一般に Δt は, $\Delta t < \Delta x/u$ となるように決めて計算されている。

計算は補遺[11]に掲載したフローチャートの手順で, プログラムを作成し行なった。

2) 拡散項を無視した場合。〔(6.27)式〕

この場合は、計算手順などは 1) とまったく同様に、濃度 c の計算方法のみが異なる。ここでは、濃度 c は (6.27) 式を用いて計算する。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{wf}{h} \frac{\beta}{1-e^{-\beta}} c = \frac{q_{su}}{h} \quad (6.27)$$

(6.27) 式を差分し、整理すると、

$$c(t+\Delta t, x) = c(t, x) + \left\{ q_{su} - \frac{Q}{B} \cdot \frac{c(t, x) - c(t, x-\Delta x)}{\Delta x} - wf \frac{\beta}{1-e^{-\beta}} \cdot c(t, x) \right\} \frac{\Delta t}{h} \quad (4)$$

④式により、濃度 c の計算を行う。ここで、初期条件としては $c(0, x) = 0$ 、環境条件としては上流端で c

$$(t, 0) = q_{su} / \left\{ wf \cdot \frac{\beta}{1-e^{-\beta}} \right\} \text{ を与えた。}$$

3) 拡散項、時間変化を無視した場合 〔(6.28)式〕

この場合も、1)、2) と同様の手順で計算する。ここでは、濃度 c は (6.28) 式を用いる。

$$u \frac{\partial c}{\partial x} + \frac{wf}{h} \frac{\beta}{1-e^{-\beta}} c = \frac{q_{su}}{h} \quad (6.28)$$

(6.28) 式を差分すると、

$$c(x) = \frac{q_{su} + \frac{Q}{B\Delta x} c(x-\Delta x)}{\frac{Q}{B\Delta x} + wf \frac{\beta}{1-e^{-\beta}}} \quad (5)$$

⑤式で濃度 c の計算を行う。ここで、境界条件は上流端で、 $c(0) = q_{su} / \left\{ wf \frac{\beta}{1-e^{-\beta}} \right\}$ とした。

(2) 実際の計算

計算手順や方法は〔演習問題 18, 19〕とほぼ同様であり、浮遊砂濃度 c を求める差分式と河床変動量 Δz を求める差分式の形が異なっているだけである。これらの相異点については、(1) 考え方で詳しく述べており、また、水位計算、浮上粒子量の計算などについてはすでに解説されているので、ここでは説明を省略する。

(3) 計算機プログラムの概要

後述の補遺〔11〕参照。なお、サブルーチン *CALC* と *CALDZ* 以外は〔演習問題 18, 19〕と共通なので、

説明は省略し、*CALC* と *CALDZ* についてのみ解説する。

(4) 計算結果

既述の 3 ケースについて河床変動計算を行ったが、本問の設定条件では浮遊砂濃度の連続式に非定常項、拡散項を考慮した場合と無視した場合で、濃度の縦断分布に差異が認められるものの、河床高の計算結果に大きな差異は認められなかった。

したがって、ここでは紙面の都合もあってケース①の計算結果のみを示す。表-6.5 には 24 時間経過後の河床高、濃度などを示してある。また、図-6.12 には前問と同様に、河床高の時間変化の様子を示した。

その他ケースについては、読者各自確かめていただきたい。

本問における設定条件では、以上のような結論となったが、実際河川に本モデルを応用するにあたっては、当然のことながら河川によって河床形状や設定条件などが異なるため、それらに対する適切な対応が要求される。したがって、読者自らが本モデルを用いて種々の計算を試み、その適用性を確認することが不可欠である。

以上、解答作成者 若松信治

参 考 文 献

- 1) 板倉忠興：河川における乱流拡散現象に関する研究，土木試験所報告，第 83 号，昭和 59 年 7 月

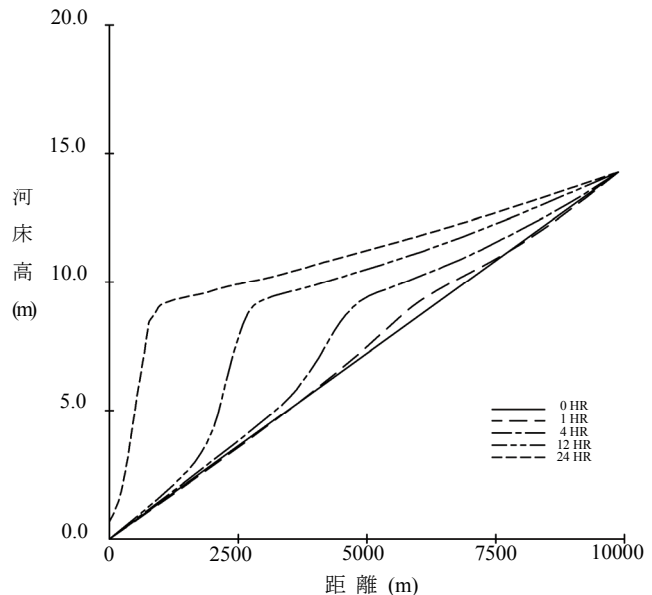


図-6.12 Case①における河床の時間変化図

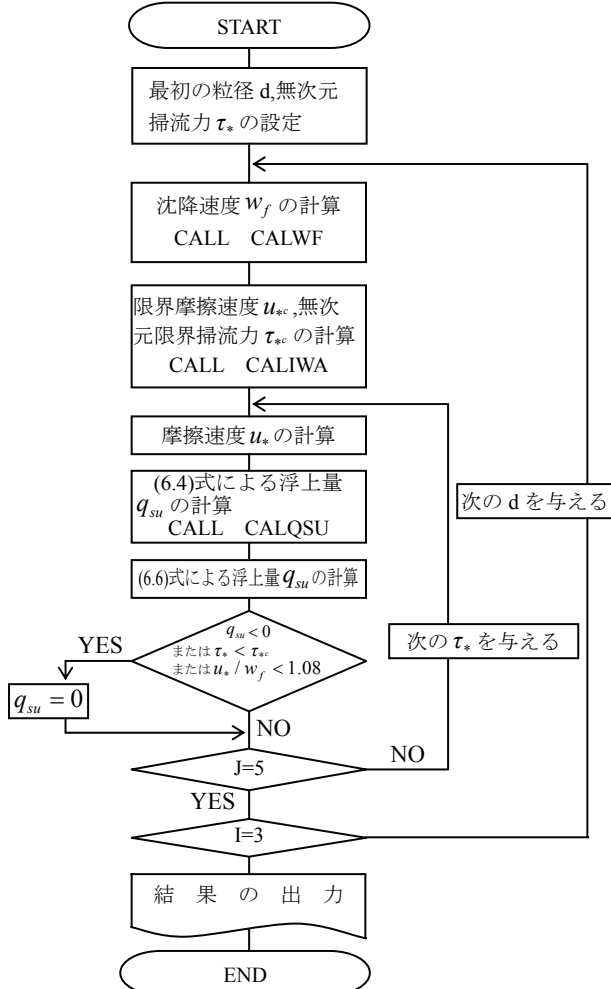
表-6.5 Case①における河床変動計算結果〔(6.26) 式〕

No.	河床高 z (m)	水 位 H (m)	無次元掃流力 τ_*	摩 擦 速 度 u_* (m/s)	砂粒の浮上量 q_{su} (m/s)	濃 度 c
1	0.57	12.00	0.2061E+00	0.1825E-01	0.6126E-05	0.7846E-03
2	1.54	12.00	0.2531E+00	0.2023E-01	0.2083E-04	0.2423E-02
3	3.38	11.99	0.3985E+00	0.2538E-01	0.5739E-04	0.6843E-02
4	6.19	11.98	0.1007E+01	0.4036E-01	0.1555E-03	0.1642E-01
5	8.45	11.93	0.3300E+01	0.7305E-01	0.3566E-03	0.2868E-01
6	9.17	11.92	0.5721E+01	0.9618E-01	0.4959E-03	0.3489E-01
7	9.33	11.98	0.6239E+01	0.1004E+00	0.5214E-03	0.3611E-01
8	9.42	12.05	0.6355E+01	0.1014E+00	0.5270E-03	0.3654E-01
9	9.52	12.13	0.6434E+01	0.1020E+00	0.5308E-03	0.3690E-01
10	9.61	12.21	0.6510E+01	0.1026E+00	0.5344E-03	0.3725E-01
11	9.70	12.29	0.6586E+01	0.1032E+00	0.5379E-03	0.3760E-01
12	9.80	12.37	0.6661E+01	0.1038E+00	0.5415E-03	0.3794E-01
13	9.89	12.46	0.6737E+01	0.1044E+00	0.5450E-03	0.3829E-01
14	9.99	12.54	0.6812E+01	0.1050E+00	0.5485E-03	0.3863E-01
15	10.09	12.63	0.6888E+01	0.1055E+00	0.5519E-03	0.3897E-01
16	10.19	12.72	0.6962E+01	0.1061E+00	0.5553E-03	0.3930E-01
17	10.29	12.81	0.7037E+01	0.1067E+00	0.5587E-03	0.3963E-01
18	10.40	12.90	0.7111E+01	0.1072E+00	0.5621E-03	0.3996E-01
19	10.50	12.99	0.7185E+01	0.1078E+00	0.5654E-03	0.4028E-01
20	10.60	13.09	0.7258E+01	0.1083E+00	0.5687E-03	0.4060E-01
21	10.71	13.18	0.7330E+01	0.1089E+00	0.5719E-03	0.4091E-01
22	10.82	13.28	0.7402E+01	0.1094E+00	0.5751E-03	0.4122E-01
23	10.92	13.38	0.7472E+01	0.1099E+00	0.5782E-03	0.4153E-01
24	11.03	13.48	0.7542E+01	0.1104E+00	0.5812E-03	0.4182E-01
25	11.14	13.58	0.7611E+01	0.1109E+00	0.5842E-03	0.4211E-01
26	11.26	13.68	0.7678E+01	0.1114E+00	0.5872E-03	0.4239E-01
27	11.37	13.78	0.7744E+01	0.1119E+00	0.5900E-03	0.4267E-01
28	11.48	13.89	0.7809E+01	0.1124E+00	0.5928E-03	0.4294E-01
29	11.60	13.99	0.7873E+01	0.1128E+00	0.5956E-03	0.4320E-01
30	11.71	14.10	0.7934E+01	0.1133E+00	0.5982E-03	0.4345E-01
31	11.83	14.21	0.7994E+01	0.1137E+00	0.6008E-03	0.4369E-01
32	11.95	14.32	0.8053E+01	0.1141E+00	0.6032E-03	0.4393E-01
33	12.06	14.43	0.8109E+01	0.1145E+00	0.6056E-03	0.4415E-01
34	12.18	15.54	0.8163E+01	0.1149E+00	0.6079E-03	0.4436E-01
35	12.30	14.66	0.8216E+01	0.1153E+00	0.6101E-03	0.4457E-01
36	12.42	14.77	0.8265E+01	0.1156E+00	0.6122E-03	0.4476E-01
37	12.54	14.89	0.8313E+01	0.1159E+00	0.6142E-03	0.4494E-01
38	12.67	15.00	0.8358E+01	0.1163E+00	0.6161E-03	0.4511E-01
39	12.79	15.12	0.8401E+01	0.1166E+00	0.6178E-03	0.4527E-01
40	12.91	15.24	0.8441E+01	0.1168E+00	0.6195E-03	0.4542E-01
41	13.04	15.36	0.8479E+01	0.1171E+00	0.6210E-03	0.4555E-01
42	13.16	15.48	0.8513E+01	0.1173E+00	0.6225E-03	0.4568E-01
43	13.28	15.60	0.8545E+01	0.1175E+00	0.6238E-03	0.4579E-01
44	13.41	15.72	0.8574E+01	0.1177E+00	0.6250E-03	0.4588E-01
45	13.53	15.84	0.8600E+01	0.1179E+00	0.6260E-03	0.4597E-01
46	13.66	15.97	0.8623E+01	0.1181E+00	0.6270E-03	0.4604E-01
47	13.78	16.09	0.8643E+01	0.1182E+00	0.6278E-03	0.4610E-01
48	13.91	16.21	0.8659E+01	0.1183E+00	0.6284E-03	0.4614E-01
49	14.04	16.34	0.8672E+01	0.1184E+00	0.6290E-03	0.4617E-01
50	14.16	16.46	0.8682E+01	0.1185E+00	0.6294E-03	0.4618E-01
51	14.29	16.59	0.8682E+01	0.1185E+00	0.6294E-03	0.4617E-01

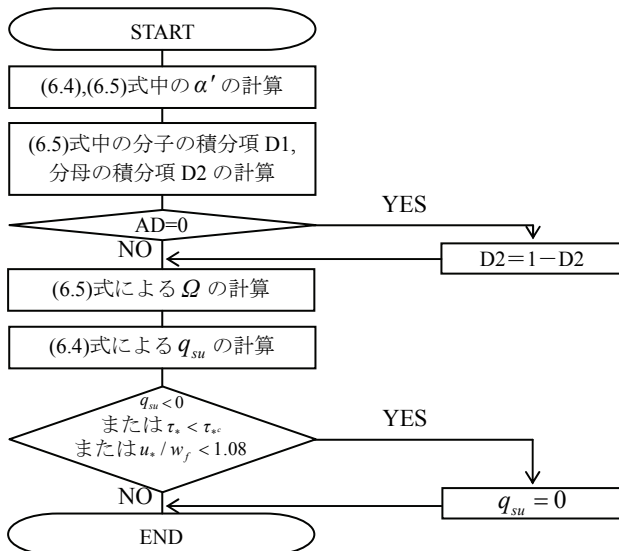
〔7〕 演習問題 16

(1) プログラムのフローチャート

i) メインプログラム



ii) サブルーチン CALQSU



(2) プログラムの解説

文 番 号	解 説
1	配列の宣言.
2～4	諸条件の設定, DD : 砂粒の粒径, TS : 無次元掃流力, S : 砂粒の水中比重, G : 重力加速度.
5	砂粒の粒径の設定.
6	$CALWF$ のよび出し, 沈降速度の計算.
7	$CALIWA$ のよび出し.
8	無次元掃流力の設定.
9	摩擦速度の計算.
10	「砂の移動形式」の判定式の計算.
11～12	$CALQSU$ のよび出し, (6.4) 式による浮上粒子量の計算, QSU : 浮上量.
13～15	(6.6) 式による浮上粒子量の計算, WF : 沈降速度, QS : 浮上量.
16～18	浮上粒子量を計算上 0 とする場合, TSC : 限界掃流力.
20～22	結果の出力.
23	文番号 8 へ戻り, 次の TS を与え, 計算する. すべての TS を計算し終えたら, 文番号 24 へ進み, 文番号 5 へ戻り, 次の DD を与え計算する.
24	すべての DD を計算したら, 文番号 25 へ進み, 計算終了とする.
27～33	沈降速度の計算, WF : 沈降速度.
34～45	岩垣の式による限界摩擦速度, 限界掃流力の計算. USC : 限界摩擦速度, TSC : 限界掃流力
46～66	(6.4) 式による浮上粒子量の計算.
49～51	諸係数の設定, RS : 浮遊粒子の密度, RW : 水の密度.
52	(6.4), (6.5) 式中の a' の計算, AD : a'
53	ADD : a' の絶対値.
55	$D1$: (6.5) 式の分子の積分項.
56～57	$D2$: (6.5) 式の分母の積分項.
58	AD が負のときの $D2$ の計算.
59	(6.5) 式による Ω の計算.
60～61	(6.4) 式による浮上粒子量の計算, QSU : 浮上粒子量, $KAPPA$: K , AS : a_* , $OMEGA$: Ω , TS : 無次元掃流力, WF : 沈降速度, S : 砂粒の水中比重, G : 重力加速度, DD : 砂粒の粒径.
62～64	浮上粒子量を計算上 0 とする場合, TSC : 限界掃流力.

(3) プログラムのリスト

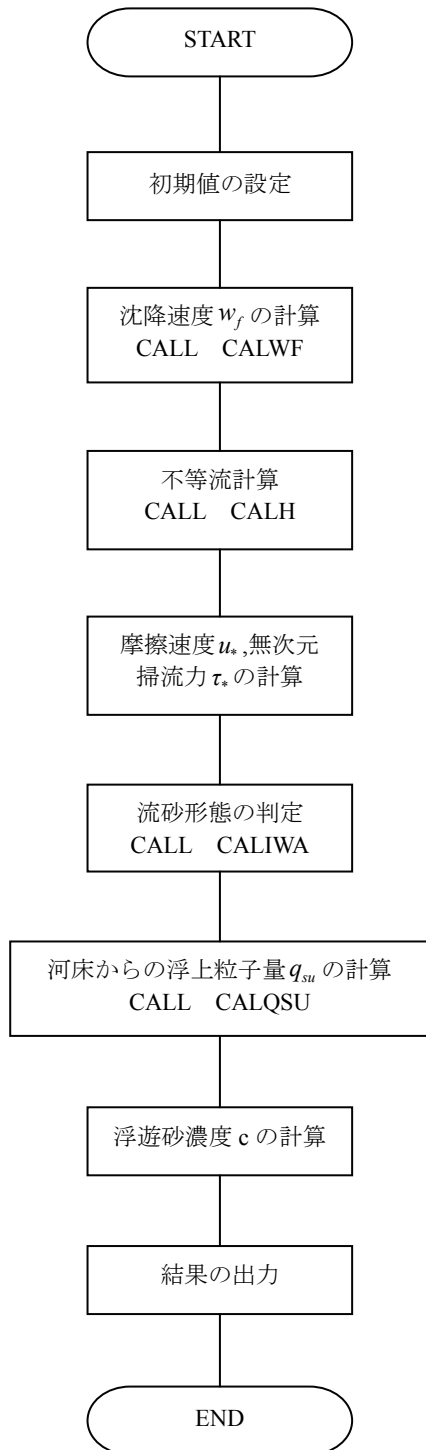
```

1      DIMENSION DD(3),TS(5),QSU(5),QS(5)
2      DATA DD/0.005,0.01,0.1/
3      DATA TS/0.1,1.,2.,5.,10./
4      DATA S,G/1.65,9.8/
5      DO 10 I=1,3
6      CALL CALWF(S,G,DD(I),WF)
7      CALL CALIWA(S,G,DD(I),USC,TSC)
8      DO 20 J=1,5
9      US=SQRT(TS(J)*S*G*100.*DD(I))
10     E=US/WF
11     CALL CALQSU(S,G,DD(I),WF,US,TS(J),TSC,QSU(J))
12     QSU(J)=QSU(J)/100.
13     RSGD=SQRT(S*G*DD(I)*100.)
14     QS(J)=0.008*(0.14/2.65*(14*SQRT(TS(J))-0.9/SQRT(TS(J)))*RSGD-WF)
15     QS(J)=QS(J)/100.
16     IF (QS(J).LT.0.) QS(J)=0.
17     IF (TS(J).LT.TSC) QS(J)=0.
18     IF (US/WF.LT.1.08) QS(J)=0.
19     DM=DD(I)*10.
20     WRITE(6,30) DM,TS(J),TSC,E,QSU(J),QS(J)
21     30 FORMAT(1H,3X,'D= ',F5.3,' TS= ',F4.1,' TSC= ',F5.3,
22     $' US/WF= ',F7.4,' QSU= ',E9.3,' QS= ',E9.3)
23     20 CONTINUE
24     10 CONTINUE
25     STOP
26     END
27     -----WF / ケイサン-----
28     SUBROUTINE CALWF(S,G,DD,WF)
29     A=36.*0.01**2./(S*G*100.)
30     DDD=DD**3.
31     WF=(SQRT(2./3.+A/DDD)-SQRT(A/DDD))*SQRT(S*G*100.*DD)
32     RETURN
33     END
34     -----USC,TSC / ケイサン-----
35     SUBROUTINE CALIWA(S,G,DD,USC,TSC)
36     *** IWAGAKI METHOD ***
37     IF (DD.GE.0.303) USC2=80.9*DD
38     IF ((0.188.LE.DD).AND.(DD.LT.0.303)) USC2=134.6*DD**(31./22.)
39     IF ((0.0565.LE.DD).AND.(DD.LT.0.118)) USC2=55.*DD
40     IF ((0.0065.LE.DD).AND.(DD.LT.0.0565)) USC2=8.41*DD**(11./32.)
41     IF (DD.LT.0.0065) USC2=226.*DD
42     USC=USC2**(1./2.)
43     TSC=USC2/(S*G*100.*DD)
44     RETURN
45     END
46     -----QSC / ケイサン -----
47     SUBROUTINE CALQSU(S,G,DD,WF,US,TS,TSC,QSU)
48     REAL KAPPA
49     DATA A1,A2,A3/0.4361836,-0.1201676,0.9372980/
50     DATA ET,AS,KAPPA,BS/0.5,0.14,0.008,0.143/
51     DATA RS,RW/2.65,1./
52     AD=BS/TS-1./ET
53     ADD=ABS(AD)
54     T=1./(1+0.33267*2**(1./2.)*ADD)
55     D1=1./(2.*3.14159265**(1./2.))*EXP(-ADD**2.)
56     D2=1./(2.*3.14159265**(1./2.))*EXP(-ADD**2.)
57     $    *(A1*T+A2*T**2.+A3*T**3.)
58     IF (AD.LT.0.) D2=1-D2
59     OMEGA=TS/BS*D1/D2+TS/(BS*ET)-1.
60     QSU=KAPPA*(AS*RW/RS*OMEGA/TS**(1./2.))-WF/((S*G*100.*DD)**(1./2.))
61     $    *(S*G*100.*DD)**(1./2.)
62     IF (QSU.LT.0.) QSU=0.
63     IF (TS.LT.TSC) QSU=0.
64     IF ((US/WF).LT.1.08) QSU=0.
65     RETURN
66     END

```

[8] 演習問題 17

(1) プログラムのフローチャート



(2) プログラムの解説

i) メインプログラム

文 番 号	解 説
5～8	データ, DX : 断面間距離, B : 河幅, Z : 河床高.
9～18	初期値の設定, G : 重力加速度 (m/s^2), Q : 流量 (m^3/s), SN : 粗度係数, $H0$: 下流端水位, $HH(1)$: 下流端水位, D : 河床材料粒径(m), S : 河床材料の水中単位体積重量, NJ : 断面数
19～20	土粒子の沈降速度 w_f をサブルーチン CALWF で計算する. $WF: w_f$
21～26	不等流計算をサブルーチン CALH で行う EPS : 打ち切り誤差, H : 水深, B : 河幅 IE : エネルギー勾配.
27～31	τ_* , u_* の計算.
32～39	流砂形態の判別. 岩垣式による u_{*c} , τ_{*c} をサブルーチン CALIWA で求める. NRY : 流砂形態.
40～41	q_{su} をサブルーチン CALQSU で計算する. $QSU: q_{su}$
42～45	濃度 c を q_{su}/w_f 式を用いて計算する.
46～51	濃度 c を後進差分により求める. 本文中の式 (6.10) を用いる.
52～68	結果の出力.

ii) サブルーチン CALH

サブルーチン CALH は, 一階のニュートン法を用いた不等流計算のプログラムである。プログラムの考え方は「現場のための水理学(1)」を参照されたい。

iii) サブルーチン CALQSU

サブルーチン CALQSU は, 演習問題 16 で用いたサブルーチン CALQSU において QSU に配列をとっている点以外は, 同様のプログラムである。

(3) プログラムのリスト

i) メインプログラム

```

1      C      WATA:PRO17
2      C      ***** MONDAI 17 *****
3      DIMENSION DX(10),B(10),H(10),HH(10),Z(10),TS(10),
4      +US(10),NRY(10),QSU(10),C1(10),C2(10)
5      C      ***** DATA *****
6      DATA DX/0,500,500,200,600,300,400,500,300,500/
7      DATA B/300,320,280,250,300,300,320,350,300,250/
8      DATA Z/0,0,0,5,0,9,0,8,2,0,2,3,3,0,3,0,3,5,4,0/
9      C      ***** SHOKICHI NO SETTEI *****
10     REAL IE(10)
11     G=9.8
12     Q=4000.
13     SN=0.025
14     H0=5.0
15     HH(1)=5.0
16     D=0.0001
17     S=1.65
18     NJ=10
19     C      ***** WF NO KEISAN *****
20     CALL CALWF(S,G,D,WF)
21     C      ***** FUTORYU KEISAN *****
22     EPS=0.001
23     CALL CALH(H,Z,B,Q,SN,H0,G,DX,EPS,IE,NJ)
24     DO 23 I=1,10
25     HH(I)=H(I)+Z(I)
26     23 CONTINUE
27     C      ***** TAUS , US , NO KEISAN *****
28     DO 40 J=1,NJ
29     TS(J)=H(J)*IE(J)/(S*D)
30     US(J)=(G*H(J)*IE(J))*0.5
31     40 CONTINUE
32     C      ***** RYUSA KEITAI NO KEISAN *****
33     CALL CALIWA(S,G,D,USC,TSC)
34     DO 50 J=1,10
35     RY1=US(J)/WF
36     IF (RY1.LT.1.08) NRY(J)=1
37     IF (RY1.GT.1.67) NRY(J)=3
38     IF (RY1.GT.1.08.AND.RY1.LT.1.67) NRY(J)=2
39     50 CONTINUE
40     C      ***** QSU NO KEISAN *****
41     CALL CALQSU(NJ,S,G,D,US,WF,QSU,TS,TSC)
42     C      ***** NOUDO "C" NO KEISAN *****
43     DO 80 J=1,10
44     C1(J)=QSU(J)/WF
45     80 CONTINUE
46     C      ***** KOSIN SABUN *****
47     C2(10)=C1(10)
48     DO 90 JJ=1,9
49     J=10-JJ
50     C2(J)=(QSU(J)+C2(J+1)*Q/(B(J)*DX(J+1)))/((Q/(B(J)*DX(J+1))+WF))
51     90 CONTINUE
52     C      ***** KEKKA NO SHUTURYOKU *****
53     WRITE(6,11) WF
54     11 FORMAT(1H ,5X,'WF=',F15.10)
55     WRITE(6,21)
56     21 FORMAT(1H ,5X,' NO',8X,'SUIISHIN H',6X,'SUII HH',10X,'IE',13X,
57     *'TS',13X,'US')
58     DO 33 I=1,10
59     WRITE(6,32) I,H(I),HH(I),IE(I),TS(I),US(I)
60     32 FORMAT(1H ,5X,I5,5X,5(F10.5,5X))
61     33 CONTINUE
62     WRITE(6,81)
63     81 FORMAT(1H ,5X,' NO',7X,'RYUSA KEITAI',5X,'QSU',12X,'C-SABUN',8X,
64     *'C-QSU/WF')
65     DO 83 I=1,10
66     WRITE(6,82)I,NRY(I),QSU(I),C2(I),C1(I)
67     82 FORMAT(1H ,5X,I5,10X,I2,12X,3(F10.8,5X))
68     83 CONTINUE
69     END

```

ii) サブルーチン *CALH*

```

1
2      SUBROUTINE CALH(H,Z,B,Q,SN,H0,G,DX,EPS,IE,NJ)
3      DIMENSION H(60),Z(60),B(60),DX(60)
4      REAL IE(60)
5      QQ=Q*Q
6      SNN=SN*SN
7      H(1)=H0-Z(1)
8      DO 10 J=1,NJ
9      JJ=J-1
10     IF (J.EQ.1) GO TO 20
11     HH=H(JJ)**2
12     BB=B(JJ)**2
13     H3=H(JJ)**(10./3.)
14     FD=H(JJ)+Z(JJ)+QQ/(2.*G*BB*HH)+SNN*QQ*DX(J)/(2.*BB*H3)
15     H(J)=H(JJ)
16     30 CONTINUE
17     HH=H(J)**2
18     BB=B(J)**2
19     H3=H(J)**(10./3.)
20     FU=H(J)+Z(J)+QQ/(2.*G*BB*HH)-SNN*QQ*DX(J)/(2.*BB*H3)
21     FH=FU-FD
22     IF (ABS(FH).GT.EPS) THEN
23         DFDH1=QQ/(G*BB*H(J)**3)
24         DFDH2=(5./3.)*SNN*QQ*DX(J)/(BB*H(J)**(13./3.))
25         DFDH=1.-DFDH1+DFDH2
26         H(J)=H(J)-FH/DFDH
27     GO TO 30
28     END IF
29     20 CONTINUE
30     IE(J)=SNN*QQ/(B(J)*B(J)*H(J)**(10./3.))
31     10 CONTINUE
32     RETURN
33     END

```

iii) サブルーチン *CALQSU*

```

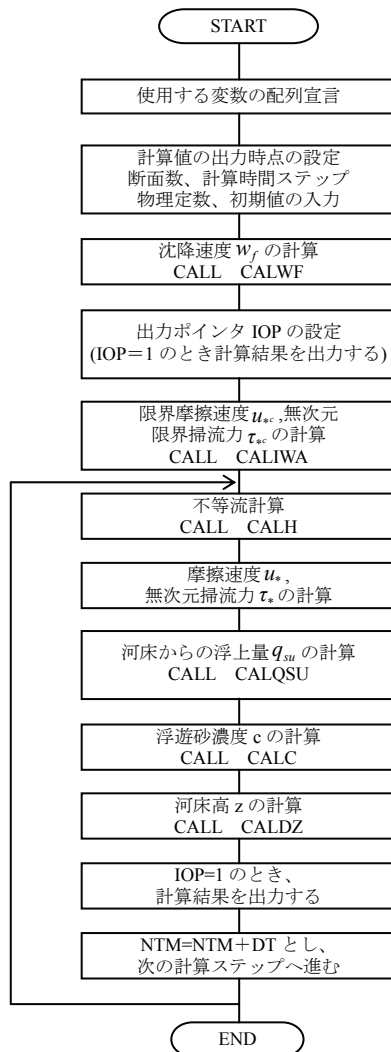
1      C      *****
2      SUBROUTINE CALQSU(NJ,S,G,D,US,WF,QSU,TS,TSC)
3      DIMENSION US(10),QSU(10),TS(10)
4      DATA A1,A2,A3/0.436184,-0.120168,0.937298/
5      DATA AS,BS,PK/0.14,0.143,0.008/
6      DATA RW,RS,ET/1.0,2.65,0.5/
7      PI=3.141592
8      SSS=(S*G*D)**0.5
9      DO 10 J=1,NJ
10     AD=BS/TS(J)-1./ET
11     ADD=ABS(AD)
12     T=1./(1+0.33267*2**0.5*ADD)
13     D1=1./(2.*PI**0.5)*EXP(-ADD*ADD)
14     D2=1./(2.*PI**0.5)*EXP(-ADD*ADD)*(A1*T+A2*T*T+A3*T**3.)
15     IF (AD.LT.0.0) D2=1-D2
16     OMEGA=TS(J)/BS*D1/D2+TS(J)/BS/ET-1.
17     QSU(J)=PK*(AS*RW/RS*OMEGA*SSS/TS(J)**0.5-WF)
18     IF (QSU(J).LT.0.) QSU(J)=0.0
19     IF (US(J)/WF.LT.1.08) QSU(J)=0.0
20     IF (TS(J).LT.TSC) QSU(J)=0.0
21     10 CONTINUE
22     RETURN
23     END

```

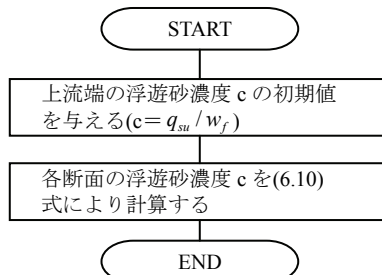
[9] 演習問題 18

(1) プログラムのフローチャート

i) メインプログラムのフロー



ii) サブルーチンプログラムのフロー



(2) プログラムの解説

i) メインプログラム

文番号	解 説
3~5	使用する配列の宣言, KP ; 下流端からの追加距離(m), DX ; 断面間距離(m), H ; 水深(m), Z ; 河床高(m), TS ; 無次元掃流力, US ; 摩擦速度 (m/sec), QSU ; 河床からの浮上粒子量 (m/sec), B ; 河幅(m), C ; (浮遊砂濃度), DZ ; 河床変動量(m)
7	計算結果の出力時点の計定. 単位 (sec)
8	断面数 NJ
9	計算時間間隔 DT (sec), 計算経過時間 NTM (sec)
10	粒子の水中比重 S , 重力加速度 G (m/sec^2), 粒径 $D(m)$, 流量 Q (m^3/sec), マニングの粗度係数 N , 不等流計算の打ち切り誤差 EPS
11	下流端水位 $H0$
12	下流端における DX , KP , Z , B の初期値の設定.
13	河床勾配 BBI
15~20	全断面の DX , KP , Z , B を設定.
23	沈降速度 w_f の計算.
25	限界摩擦速度 w_{*c} , 限界無次元掃流力 τ_{*c} の計算.
27	1 日分の河床変動計算の開始.
28~33	出力ポイント IOP の設定.
35	不等流計算.
37~39	各断面の摩擦速度 u_* , 無次元掃流力 τ_* の計算.
41	各断面の河床からの浮上粒子量 q_{su} の計算.
43	各断面の浮遊砂濃度 C の計算.
45~48	経過時間 $NTM=0$ のとき結果を出力.
50	河床変動量 Δz の計算.
52~54	$IOP=1$ のとき計算結果を出力.
56	$NTM=NTM+DT$
57	次の計算ステップへ進む.

ii) サブルーチンプログラム “CALC”

文番号	解 説
3	使用する配列の宣言. QSU ; 河床からの浮上量 (m/sec), 浮遊砂濃度 C , 断面間距離 $DX(m)$, 河幅 $B(m)$
4	上流端浮遊砂濃度 C の計算.
5~8	各断面の浮遊砂濃度 C を後進差分式により計算.

(3) プログラムのリスト

i) メインプログラムのリスト

```

1      C      KASHOU-HENDOU KEISAN(FUYU-SA) KEISAN
2      C
3      DIMENSION KP(60),DX(60),H(60),Z(60),TS(60),QSU(60),
4      *US(60),B(60),C(60),DZ(60)
5      REAL IE(60),NT(60)
6      C
7      DATA (NT(I),I=1,5)/10.,3600.,14400.,43200.,86400./
8      DATA NJ/51/
9      DATA DT,NTM/10.,0/
10     DATA S,G,D,Q,SN,EPS/1.65,9.8,.0001,500.,.02,.0001/
11     DATA H0/12.0/
12     DATA DX(1),KP(1),Z(1),B(1)/0.,0.,0.,100./
13     BBI=1./700.
14     C
15     DO 10 I=2,NJ
16     DX(I)=200.
17     KP(I)=KP(I-1)+DX(I)
18     B(I)=100.
19     Z(I)=KP(I)*BBI
20     10 CONTINUE
21     N=1
22     C
23     CALL CALWF(S,G,D,WF)
24     C
25     CALL CALIWA(S,G,D,USC,TSC)
26     C
27     DO 20 JJ=0,86400/INT(DT+.1)
28     IF (NTM.EQ.INT(NT(N)+.1)) THEN
29     IOP=1
30     N=N+1
31     ELSE
32     IOP=0
33     END IF
34     C
35     CALL CALH(H,Z,B,Q,SN,H0,G,DX,EPS,IE,NJ)
36     C
37     DO 30 J=1,NJ
38     US(J)=SQRT(G*H(J)*IE(J))
39     30 TS(J)=H(J)*IE(J)/S/D
40     C
41     CALL CALQSU(NJ,S,G,D,US,WF,QSU,TS,TSC)
42     C
43     CALL CALC(B,DX,NJ,Q,QSU,WF,C)
44     C
45     IF (IOPEQ.0) THEN
46     CALL POUT(NTM,KP,Z,H,TS,US,QSU,C,DZ,NJ)
47     GO TO 222
48     END IF
49     C
50     CALL CALDZ(DT,NJ,QSU,Z,DZ,WF,C)
51     C
52     IF (IOPEQ.1) THEN
53     CALL POUT(NTM,KP,Z,H,TS,US,QSU,C,DZ,NJ)
54     END IF
55     C
56     222 NTM=NTM+INT(DT+.01)
57     20 CONTINUE
58     STOP
59     END

```

ii) サブルーチンプログラムのリスト (浮遊砂濃度)

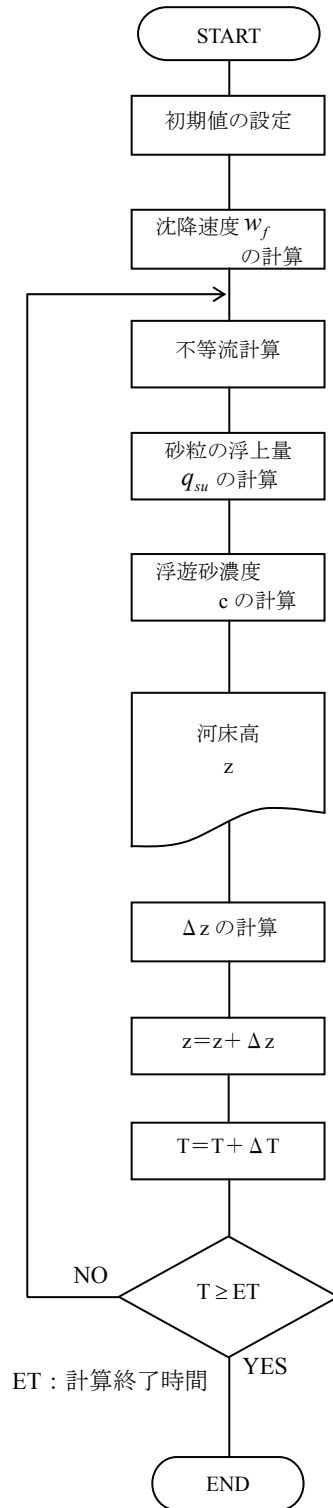
```

1      SUBROUTINE CALC(B,DX,NJ,Q,QSU,WF,C)
2      DIMENSION QSU(60),C(60),DX(60),B(60)
3      C(NJ)=QSU(NJ)/WF
4      DO 40 K=NJ-1,1,-1
5      BD=B(K)*DX(K+1)
6      C(K)=(QSU(K)+Q*C(K+1)/BD)/(WF+Q/BD)
7      40 CONTINUE
8      RETURN
9      END

```

[10] 演習問題 19

(1) プログラムのフローチャート



(2) プログラムの解説

・ メインプログラム

文番号	解 説
9～11	X : 下流端からの距離(m), ZZ : 初期河床高(m).
16	$DT1$: 濃度を求める Δt (sec), $DT2$: 河床変動を求める Δt (sec).
25～33	計算諸元の入力.
36	w_f の計算.
44	不等流計算.
45～48	τ_* , u_* の計算.
49	τ_{*c} の計算.
50	q_{su} の計算.
51	c の計算.
52	計算結果の出力.
53	Δz の計算.

・ サブルーチン CALC

文番号	解 説
3	CC : Δt_1 前の濃度, CA : Δt_2 前の濃度
14～15	(6.15) 式による濃度の計算.

(3) プログラムのリスト

・メインプログラム

```
1  C *****
2  C
3  C 1 ジェン カショウ ヘットウ ケイザン
4  C
5  C エンシュウ モンカゝイ 19
6  C
7  C *****
8  C
9  DIMENSION X(60),DX(60),H(60),Z(60),B(60),US(60),TS(60),
10 * ZZ(60),QSU(60),C(60),
11 * PTIM(6),OT(6)
12 REAL IE(60)
13 C
14 DATA NJ,Q,H0,SN,D,S/51,500.,12.,0.02,0.0001,1.65/
15 DATA G,RAMDA,EPS/9.8,0.4,0.001/
16 DATA DT1,DT2,ETIM/50.,100.,86400./
17 DATA OT/0.,1.,4.,8.,12.,24./
18 C -----
19 TIM=0.0
20 ITM=1
21 DO 100 I=2,10
22 PTIM(I)=OT(I)*3600.
23 100 CONTINUE
24 C -----
25 DO 110 J=1,NJ
26 X(J)=200.*(J-1)
27 B(J)=100.
28 Z(J)=1./700.*(J-1)*200.
29 ZZ(J)=Z(J)
30 110 CONTINUE
31 DO 120 J=2,NJ
32 DX(J)=X(J)-X(J-1)
33 120 CONTINUE
34 C *****
35 C
36 CALL CALWF(S,G,D,WF)
37 C
38 C -----
39 C
40 1000 CONTINUE
41 C
42 C -----
43 C
44 CALL CALH(H,Z,B,Q,SN,H0,G,DX,EPS,IE,NJ)
45 DO 200 J=1,NJ
46 TS(J)=H(J)*IE(J)/(S*D)
47 US(J)=SQRT(G*H(J)*IE(J))
48 200 CONTINUE
49 CALL CALIWA(S,G,D,USC,TSC)
50 CALL CALQSU(S,G,D,NJ,US,TS,TSC,WF,QSU)
51 CALL CALC(NJ,X,B,QSU,WF,C,Q,H,DT1,DT2)
52 CALL POUT(Z,ZZ,H,TS,US,QSU,C,NJ,TIM,PTIM,ITM)
53 CALL CALDZ(NJ,RAMDA,DT2,WF,Z,QSU,C)
54 C
55 C *****
56 C
57 TIM=TIM+DT2
58 IF (TIM.LE.ETIM) GO TO 1000
59 C
60 C -----
61 STOP
62 END
```

・ サブルーチン *CALC*

```

1      SUBROUTINE CALC(NJ,X,B,QSU,WF,C,Q,H,DT1,DT2)
2      DIMENSION X(60),B(60),QSU(60),C(60),H(60),
3      &          CC(60),CA(60)
4      CC(NJ)=QSU(NJ)/WF
5      DO 100 J=1,NJ
6      C(J)=CC(J)
7      100 CONTINUE
8      DO 200 TIM=DT1,DT2,DT1
9      DO 300 J=1,NJ
10     CA(J)=CC(J)
11     300 CONTINUE
12     DO 400 J=NJ-1,1,-1
13     DXB=(X(J+1)-X(J))*B(J)
14     CC(J)=CA(J)+DT1/H(J)*(QSU(J)-WF*CA(J)-Q*
15     &          (CA(J)-CA(J+1))/DXB)
16     400 CONTINUE
17     200 CONTINUE
18     RETURN
19     END

```

・ サブルーチン *POUT*

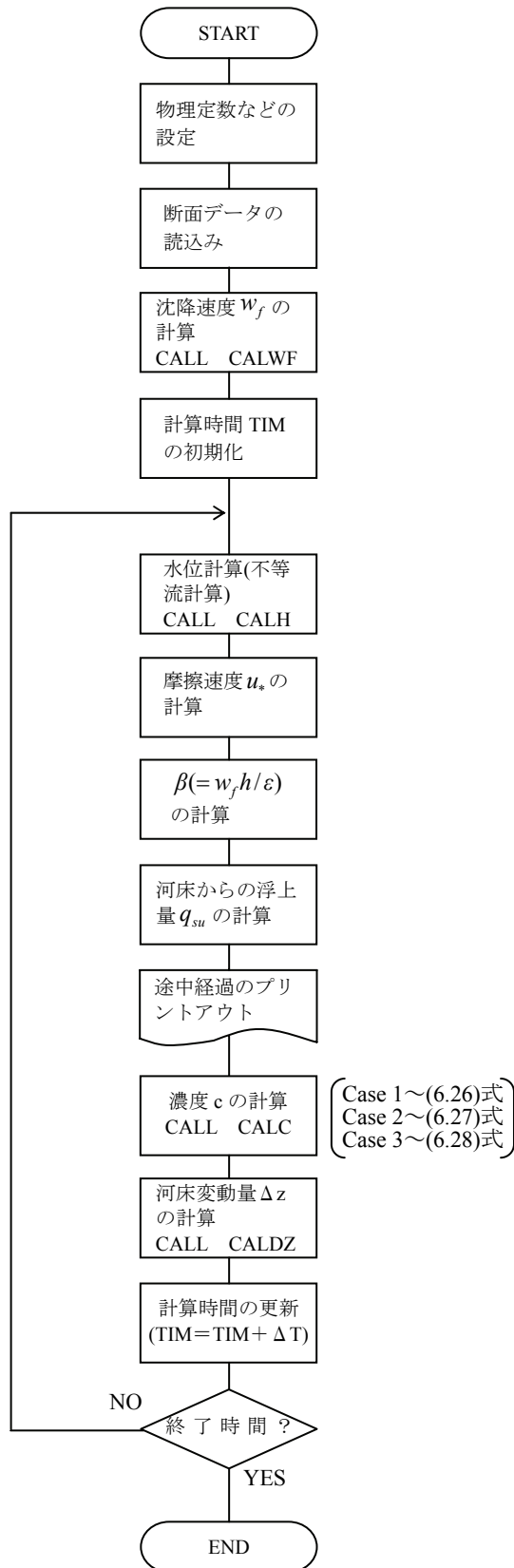
```

1      SUBROUTINE POUT(Z,ZZ,H,TS,US,QSU,C,NJ,TIM,PTIM,ITM)
2      DIMENSION Z(60),ZZ(60),H(60),TS(60),US(60),QSU(60),C(60),
3      &          HH(60),PTIM(6)
4      IF (TIM.LT.PTIM(ITM)) GO TO 900
5      ITM=ITM+1
6      WRITE(6,630) TIM/3600.
7      630 FORMAT(1H,3X,'TIME=',F5.0,' HR'//)
8      WRITE(6,600)
9      600 FORMAT(1H,3X,'NO',3X,'Z (M)',6X,'DZ (M)',4X,'HH (M)',4X,'H (M)',
10     &          7X,'T*',4X,'U* (CM/S)',1X,'QSU (CM/S)',4X,'C'/)
11     DO 700 J=1,NJ
12     HH(J)=H(J)+Z(J)
13     DZ=Z(J)-ZZ(J)
14     WRITE(6,610) J,Z(J),DZ,HH(J),H(J),TS(J),US(J)*100.,
15     &          QSU(J)*100.,C(J)
16     610 FORMAT(1H,I5,8F10.5)
17     700 CONTINUE
18     WRITE(6,620)
19     620 FORMAT(1H1)
20     900 RETURN
21     END

```

[10] 演習問題 19

(1) プログラムのフローチャート



(2) プログラムの解説

i) CALC [Case①, (6.26) 式]

行番号	説 明
10	サブルーチンの先頭, NJ : 断面数, DX : 断面間距離, B : 川幅, QSU : 浮遊砂量, WF : 沈降速度, C : 濃度, Q : 流量, EB : $\beta / (1 - e^{-\beta})$, CN : 次の時間ステップでの濃度, H : 水深, DT : Δt
25	D : 拡散係数 (=0.001)
26	境界条件 (上流端)
28~41	(6.26) 式による濃度計算
37	下流端での境界条件

ii) CALC [Case②, (6.27) 式]

行番号	説 明
10	サブルーチンの先頭, 変数は (6.26) 式の場合と同じ.
25	D : 拡散係数 (=0.001)
26	境界条件 (上流端)
28~40	(6.27) 式による濃度計算
37	下流端での境界条件

iii) CALC [Case③, (6.28) 式]

行番号	説 明
10	サブルーチンの先頭, 変数は (6.26) 式の場合と同じ.
25	境界条件 (上流端)
27~35	(6.28) 式による濃度計算

iv) CALDZ [(6.29) 式]

行番号	説 明
10	サブルーチンの先頭, NJ : 断面の数, $RAMDA$: 空隙率, DT : Δt , WF : 沈降速度, DZ : 河床変動量, Z : 河床高, QSU : 浮遊砂量, C : 濃度, B : 川幅, QB : 掃流砂量 (ここでは使っていない) DX : 断面間の距離, EB : $\beta / (1 - e^{-\beta})$
21~25	(6.29) 式による計算

(2) サブルーチンプログラムのリスト

i) 濃度計算プログラム *CALC* (Case①, 非定常, 拡散項あり)

```

1
2
3
4 *****
5
6 ノウト / ケイソン (26シキ)
7
8 *****
9
10 SUBROUTINE CALC(NJ,DX,B,QSU,WF,C,Q,EB,H,DT)
11
12 DIMENSION B(60)                !カワハゝ (IN)
13 DIMENSION QSU(60)              !フユウサ リョウ (IN)
14 DIMENSION C(60)                !ノウト (OUT)
15 DIMENSION EB(60)               !B/(1-EXP(-B)) (IN)
16 DIMENSION CN(60)               ノウト (C(T+DT))
17 DIMENSION H(60)                !スライ (IN)
18 DIMENSION DX(60)
19
20 INTEGER NJ                      !ダ"ンマン スク (IN)
21 REAL WF                        !チンコウ ノウト (IN)
22 REAL DX                        !DX (IN)
23 REAL Q                          !リョウリョウ (IN)
24
25 D=0.001
26 C(NJ)=QSU(NJ)/(WF*EB(NJ))
27
28 DO 100 J=1,NJ-1
29   DXX=DX(JJ)
30   JJ=J+1
31   BB=B(J)
32   QBX=Q/(BB*DXX)
33   DC=C(J)-C(JJ)
34   IF (J.NE.1) THEN
35     DC2=(C(J-1)-2.*C(J)+C(JJ))*H(J)*D/DXX**2.
36   ELSE
37     DC2=(C(JJ)-C(J))*H(J)*D/DXX**2.
38   END IF
39
40   CN(J)=C(J)+(DC2+QSU(J)-WF*EB(J)*C(J)-QBX*DC)*DT/H(J)
41   100 CONTINUE
42
43 DO 110 J=1,NJ-1
44   C(J)=CN(J)
45   110 CONTINUE
46
47 RETURN
48 END

```

ii) 濃度計算プログラム *CALC* (Case②, 非定常, 拡散項なし)

```

1
2
3
4 *****
5
6 ノウト / ケイソン (27シキ)
7
8 *****
9
10 SUBROUTINE CALC(NJ,DX,B,QSU,WF,C,Q,EB,H,DT)
11
12 DIMENSION B(60)                !カワハゝ (IN)
13 DIMENSION QSU(60)              !フユウサ リョウ (IN)
14 DIMENSION C(60)                !ノウト (OUT)
15 DIMENSION EB(60)               !B/(1-EXP(-B)) (IN)
16 DIMENSION CN(60)               ノウト (C(T+DT))
17 DIMENSION H(60)                !スライ (IN)
18 DIMENSION DX(60)
19
20 INTEGER NJ                      !ダ"ンマン スク (IN)
21 REAL WF                        !チンコウ ノウト (IN)
22 REAL DX                        !DX (IN)
23 REAL Q                          !リョウリョウ (IN)
24
25 C(NJ)=QSU(NJ)/(WF*EB(NJ))
26
27 DO 100 J=1,NJ-1
28   DXX=DX(JJ)
29   JJ=J+1
30   BB=B(J)
31   QBX=Q/(BB*DXX)
32   DC=C(J)-C(JJ)
33   CN(J)=C(J)+(DC2+QSU(J)-WF*EB(J)*C(J)-QBX*DC)*DT/H(J)
34   100 CONTINUE
35
36 DO 110 J=1,NJ-1
37   C(J)=CN(J)
38   110 CONTINUE
39
40 RETURN
41 END

```

iii) 濃度計算プログラム *CALC* (Case③, 定常, 拡散項なし)

```

1
2
3
4      *****
5
6      ノウト ノ ケイザン ( 28 シキ )
7
8      *****
9
10     SUBROUTINE CALC(NJ,DX,B,QSU,WF,C,Q,EB,H,DT)
11
12     DIMENSION B(60)                !カワハハ (IN)
13     DIMENSION QSU(60)              !フユサ リョウ (IN)
14     DIMENSION C(60)                !ノウト (OUT)
15     DIMENSION EB(60)               !B/(1-EXP(-B) (IN)
16     DIMENSION CN(60)               ノウト (C(T+DT))
17     DIMENSION H(60)                !スイ (IN)
18     DIMENSION DX(60)
19
20     INTEGER NJ                      !タニメン スウ (IN)
21     REAL WF                         !チンコウ ソクト (IN)
22     REAL DX                         !DX (IN)
23     REAL Q                          !リュウリョウ (IN)
24
25     C(NJ)=QSU(NJ)/(WF*EB(NJ))
26
27     DO 100 J=1,NJ-1
28     DXX=DX(JJ)
29     JJ=J+1
30     BB=B(J)
31     QBX=Q/(BB*DXX)
32     D1=QSU(J)+C(JJ)*QBX
33     D2=WF*EB(J)+QBX
34     C(J)=D1/D2
35     100 CONTINUE
36
37     RETURN
38     END

```

iv) 河床変動量計算プログラム *CALDZ*

```

1
2
3
4      *****
5
6      ノウト ノ ケイザン ( 29 シキ )
7
8      *****
9
10     SUBROUTINE CADZ(NJ,RAMDA,DT,WF,DZ,Z,QSU,C,B,QB,DX,EB,)
11
12     DIMENSION Z(60)                !カシヨウタカ (IN)
13     DIMENSION DZ(60)               !DZ (OUT)
14     DIMENSION QSU(60)              !フユサ リョウ (IN)
15     DIMENSION C(60)                !ノウト (IN)
16     DIMENSION B(60)                !カワハハ (IN)
17     DIMENSION QB(60)               !ゾウリュウサ リョウ (IN)
18     DIMENSION EB(60)               !B/(1-EXP(-B) (IN)
19     DIMENSION DX(60)
20
21     DO 100 J=1,NJ-1
22     DZC=1./(1.-RAMDA)*(QSU(J)-WF*EB(J)*C(J))*DT      ! (67 シキ)
23     DZ(J)=DZC
24     Z(J)=Z(J)+DZ(J)
25     100 CONTINUE
26
27     RETURN
28     END

```