

現場のための水理学 (3)

—掃流砂と河床変動—

荒井 信行 清水 康行

3. 流砂に関する基本的事項

河床上をある水深で水が流れると、河床の潤辺には単位面積当たり τ_0 のせん断力が水塊に対して流れと逆方向に働き、一方、流れは潤辺に対して流れと同方向に τ_0 の力を及ぼす。したがって、河床が非粘着性の砂礫で構成されている場合には、この力は砂礫粒子を下流へ押し流そうとするので、この τ_0 を **掃流力** (河床せん断力) と呼んでいる。

図-3.1 のように、河床勾配 i_b の河川に等流状態で水が流れるとき、流下方向に長さ l の区間を考えると、以下に示す手順により掃流力 τ_0 が定義される。

l 区間の水塊の容積 V_l は、流積を A として次式で示される。

$$V_l = Al$$

l 区間の水塊の重量 W は、水の密度を ρ 、重力加速度を g として次式で表される。

$$W = \rho g V_l = \rho g Al$$

したがって、 W の斜面方向の成分は次式となる。

$$W_x = W \sin i_b \doteq W i_b = \rho g Al i_b$$

一方、 l 区間の潤辺 S に加わる全せん断力 T は、次式のように表わされる。

$$T = \tau_0 S l$$

したがって、等流状態では流速は一定であるから、 $W_x = T$ 、すなわち、

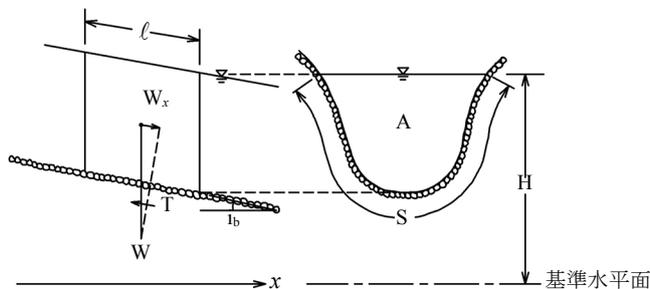


図-3.1 掃流力の定義図

$$\rho g Al i_b = \tau_0 S l$$

となり、上式から掃流力 τ_0 は、径深を $R (= A/S)$ として、

$$\tau_0 = \rho g \frac{A}{S} i_b = \rho g R i_b \quad (3.1)$$

で表わされる。

なお、(3.1)式は不等流においても、河床勾配 i_b の代わりにエネルギー勾配 i_e を用いると、近似的に次式で表わすことができる。

$$\tau_0 = \rho g R i_e \quad (3.2)$$

ただし、 $i_e = -\frac{d}{dx} \left(\frac{\alpha V^2}{2g} + H \right)$ 、 H : 基準水平面からの

水位、 V : 平均流速、 α : エネルギー補正係数、 x : 下流方向の座標軸

掃流力 τ_0 を流速の次元で次式のように定義したものを **摩擦速度** といい、 u_* で表わす。

$$u_* \sqrt{\tau_0 / \rho} = \sqrt{g R i_e} \quad (3.3)$$

したがって、掃流力 τ_0 は、

$$\tau_0 = \rho u_*^2 \quad (3.4)$$

とも書くことができる。

流砂現象を支配している要素には、流体、河床材料、流れの性質があるが、それらにより作りだされる無次元量のうち、きわめて重要なものに摩擦速度 u_* を無次元表示した次式の **無次元掃流力** (無次元せん断力) τ_* がある。

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{sgd} = \frac{R i_e}{sd} \quad (3.5)$$

ただし、 S : 砂粒の水中比重 $\left(S = \frac{\rho_s - \rho}{\rho} \right)$,

ρ_s : 砂粒の密度、 d : 砂の粒径、

i_e : エネルギーの勾配

ある粒子が河床上にあるとき、河床における掃流力 τ_0 あるいは摩擦速度 u_* がある限界値を越えると粒子は移動を開始する。この限界値をおのおの **限界掃流力** τ_c あるいは **限界摩擦速度** u_{*c} という。したがって、粒子が移動するか否かについては、 τ_c あるいは u_{*c} を用いて

次の不等式で表すことができる。

静止…………… $u_* < u_{*c}$ あるいは $\tau_0 < \tau_c$

移動…………… $u_* > u_{*c}$ あるいは $\tau_0 > \tau_c$

限界摩擦速度 u_{*c} を摩擦速度と同様に無次元表示した無次元限界掃流力 τ_{*c} という。

$$\tau_{*c} = \frac{u_{*c}^2}{sgd} \quad (3.6)$$

限界摩擦速度 u_{*c} を算出する方法は、古くから多くの研究者により実験的、理論的に研究が進められてきたが、現在一様粒径砂礫の限界掃流力の算定式としては、岩垣の式¹⁾が最もよいとされている。

岩垣の式を標準的な値、すなわち、砂粒の水中比重 $s = 1.65$ 、動粘性係数 $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$ (20.3°C)、重力加速度 $g = 980 \text{ cm/s}^2$ を使用して書き表わすと、次式となる (cm-sec 単位)。

$$\left. \begin{aligned} d \geq 0.303 \text{ cm} ; u_{*c}^2 &= 80.9d \\ 0.118 \leq d \leq 0.303 \text{ cm} ; &= 134.6d^{3/32} \\ 0.0565 \leq d \leq 0.118 \text{ cm} ; &= 55.0d \\ 0.0065 \leq d \leq 0.0565 \text{ cm} ; &= 8.41d^{11/32} \\ d \leq 0.0065 \text{ cm} ; &= 226d \end{aligned} \right\} (3.7)$$

(演習問題 5)

- (1) 岩垣の式(3.7)式により、粒径 $d = 5 \text{ mm}$, 1 mm , 0.1 mm のときの限界摩擦速度 u_{*c} および無次元限界掃流力 τ_{*c} を求めよ。
- (2) 粒径 $d > 0.303 \text{ cm}$ の場合の τ_{*c} を求めよ。

[演習問題 5 の解答]

1. 考え方

岩垣の式(3.7)式により河床砂の粒径 $d(\text{cm})$ がどの範囲に入るかを判定して u_{*c}^2 を求め、(3.6)式により τ_{*c} を計算する。ここで、砂の水中比重 $s = 1.65$ 、重力加速度 $g = 980 \text{ cm/s}^2$ とする。

2. 実際の計算

(1) $d = 5 \text{ mm} = 0.5 \text{ cm}$ のとき、(3.7)式より $d \geq 0.303$ であるから、 $u_{*c}^2 = 80.9d = 40.45 \text{ cm}^2/\text{s}^2$ 。ゆえに、 $u_{*c} = 6.36 \text{ cm/s}$ 。したがって(3.6)式より $\tau_{*c} = u_{*c}^2 / sgd = 40.45 / (1.65 \times 980 \times 0.5) = 0.050$ となる。

同様に、 $d = 1 \text{ mm} = 0.1 \text{ cm}$ とき、(3.7)式より $0.0565 \leq d \leq 0.118 \text{ cm}$ であるから、 $u_{*c}^2 = 55.0d = 5.50 \text{ cm}^2/\text{s}^2$ 。ゆえに、 $u_{*c} = 2.35 \text{ cm/s}$ 。したがって(3.6)式より $\tau_{*c} = 5.50 / (1.65 \times 980 \times 0.1) = 0.034$ となる。

同様に、 $d = 0.1 \text{ mm} = 0.01 \text{ cm}$ のとき、 $u_{*c} = 1.32 \text{ cm/s}$ 、 $\tau_{*c} = 0.107$ となる。

(2) $d \geq 0.303$ のとき、(3.7)式より $u_{*c}^2 = 80.9d$ であ

るから、 $\tau_{*c} = 80.9d / (sgd) = 0.050$ となる。

一般の河川では、 $d \geq 0.303$ の場合が多く、(2)で示したように $\tau_{*c} = 0.050$ (一定値)として計算されている。

(演習問題 6)

河幅 $B = 200 \text{ m}$ 、河床勾配 $i_b = 1/1000$ の広矩形断面水路を流量 $Q = 500 \text{ m}^3/\text{s}$ が等流状態で流下している場合について以下の設問に答えよ。ただし、Manning の粗度係数 $n = 0.02$ とする。

- (1) 等流水深 h_0 を求めよ。
- (2) 掃流力 τ_0 を求めよ。
- (3) 摩擦速度 u_* を求めよ。
- (4) 河床砂の粒径 $d = 1 \text{ cm}$ としたときの無次元掃流力 τ_* 、限界摩擦速度 u_{*c} 、無次元限界掃流力 τ_{*c} を求めよ。ただし、粒子の水中比重 $s = 1.65$ とする。
- (5) 上記の水力条件で、粒径 $d = 1 \text{ cm}$ の河床砂が移動するかどうか判定せよ。
- (6) 上記の水力条件で、河床砂が移動しないようにするためには、粒系 d をなん cm 以上とするとよいか。
- (7) 粒径 $d = 1 \text{ cm}$ の河床砂が移動しないためには、流量 Q はなん m^3/s 以下とするとよいか。

[演習問題 6 の解答]

1. 考え方

- (1) 等流水深 h_0 は前出の(2.20)式で求める。
- (2) 掃流力 τ_0 は、題意より広矩形断面水路であるので径深 $R = h_0$ 、また流れは等流状態であるのでエネルギー勾配 $i_e = i_b$ として(3.2)式で求める。
- (3) 摩擦速度 u_* は(3.3)式で求める。
- (4) 無次元掃流力 τ_* は(3)で求めた u_* を用いて、砂の水中比重 $s = 1.65$ 、重力加速度 $g = 980 \text{ cm/s}^2$ として(3.5)式で求める。 u_{*c} は岩垣の式(3.7)式により求め、その u_{*c} を用いて(3.6)式より τ_{*c} を計算する。
- (5) (3)で求めた u_* と(4)で求めた u_{*c} の大小関係を比較することにより、河床砂の移動が判定できる。すなわち、 $u_* > u_{*c}$ のときは河床砂は移動し、 $u_* < u_{*c}$ のときは河床砂は移動し、 $u_* < u_{*c}$ のときは静止状態である。
- (6) ある水力条件のもとで、河床砂が移動しないためには、 $u_* < u_{*c}$ を満足すればよいから、(3)で求めた u_* と岩垣の式(3.7)式より上式を満たす粒径 d をもとめればよい。
- (7) 河床砂の粒径 d が与えられているとき、河床砂が移動しないためには、 $u_* < u_{*c}$ を満たすような流量 Q を求めればよい。すなわち、 u_{*c} は岩垣の式(3.7)式で求め、題意より $R = h_0$ 、 $i_e = i_b$ として u_* を Q で書き換え、 $u_* <$

u_{*c} に代入して求める。

2. 実際の計算

(1) 等流水深 h_0 は前出の(2.20)式で求める。

$$h_0 = \left(\frac{nQ}{B\sqrt{i_b}} \right)^{3/5} = \left(\frac{0.02 \times 500}{200 \times \sqrt{1/1000}} \right)^{3/5} = 1.316\text{m}$$

(2) 掃流力 τ_0 は(3.2)式, すなわち $\tau_0 = \rho g R i_b$ で求める。題意より広矩形断面水路であるので, $R \doteq h_0$ 流れは等流状態であるので $i_e = i_b$ として次のように求まる。なお, $\rho g = 1(\text{t/m}^3 \text{あるいは } \text{g/cm}^3)$ である。

$$\tau_0 = \rho g h_0 i_b = 1 \times 1.316 \times \frac{1}{1000} = 0.001316\text{t/m}^2$$

(3) 摩擦速度 u_* は(3.3)式, すなわち $u_* = \sqrt{g R i_e}$ で求める。(2)と同様に $R \doteq h_0$, $i_e = i_b$ として次のように計算される。

$$u_* = \sqrt{g h_0 i_b} = \sqrt{9.8 \times 1.316 \times \frac{1}{1000}} = 0.1136\text{m/s}$$

(4) 無次元掃流力 τ_* は(3)で計算した u_* を用いて, (3.5)式により求める。

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{sgd} = \frac{11.36^2}{1.65 \times 980 \times 1} = 0.0798$$

また, 限界摩擦速度 u_{*c} は(3.7)式より求まる。題意より粒径 $d = 1\text{cm} \geq 0.303\text{cm}$ であるから,

$$u_{*c}^2 = 80.9d = 80.9\text{cm}^2/\text{s}^2, \quad u_{*c} = 8.99\text{cm/s}$$

ゆえに, 無次元限界掃流力 τ_{*c} は(3.6)式より次のように計算される。

$$\tau_{*c} = 0.050$$

(5) (3)より $u_* = 11.38\text{cm/s}$, (4)より $u_{*c} = 8.99\text{cm/s}$ であるから, $u_* > u_{*c}$ となり, 河床砂は移動する。

(6) 河床砂が移動しないためには, $u_* < u_{*c}$ を満たせばよい。すなわち, $u_* = 11.38\text{cm/s} < u_{*c} = \sqrt{80.9d}$ であるから, 粒径 d は,

$$d > 11.36^2 / 80.9 = 1.595\text{cm}$$

とすればよい。

(7) $d = 1\text{cm}$ で河床砂が移動しないためには, $u_* < u_{*c}$ を満たせばよい。今, $u_{*c} = 0.0899\text{m/s}$ であり, u_* は,

$$u_* = \sqrt{g h_0 i_b} = \sqrt{g \left(\frac{nQ}{B\sqrt{i_b}} \right)^{3/5} i_b}$$

と書き表すことができるから, 流量 Q は,

$$Q < \frac{B\sqrt{i_b}}{n} \left(\frac{u_{*c}^2}{g i_b} \right)^{5/3} \\ = \frac{200 \times \sqrt{\frac{1}{1000}}}{0.02} \left\{ \frac{0.0899^2}{9.8 \times \frac{1}{1000}} \right\}^{5/3} \\ = 229.34\text{m}^3/\text{s}$$

とすればよい。

(演習問題 7)

前出の(演習問題 3)で求めた流れのもとで, 各断面において河床砂が移動しないためには, 各断面の河床砂の粒径 d をなん cm 以上とするとよいか。

[演習問題 7 の解答]

1. 考え方

前出の[演習問題 3の解答]により, 各断面ごとの水深 h が求められているので, エネルギー勾配 $i_e = \left(\frac{nV}{h^{2/3}} \right)^2$ を求めて摩擦速度 u_* を計算し, $u_* < u_{*c}$ を満たすような粒径 d を求めればよい。ただし, V は平均流速, n は Manning の粗度係数である。

2. 実際の計算

摩擦速度 $u_* = \sqrt{g R i_e}$ であるから, 各断面ごとの $i_e = \left(\frac{nV}{h^{2/3}} \right)^2$ を求めて u_* を計算し, $u_* < u_{*c} = \sqrt{80.9d}$ となる d を求める。ここで平均流速 V は, 流量 Q , 河幅 B として $V = Q/Bh$ で与えられる。

表-3.1 計算結果

断面No.	区間距離 $\Delta x(\text{m})$	河床高 $z(\text{m})$	河幅 $B(\text{m})$	水深 $h(\text{m})$	平均流速 $V(\text{m/s})$	エネルギー 勾配 i_e	摩擦速度 $u_*(\text{cm/s})$	粒 径 $d(\text{cm})$
1	0	0	300	2.500	2.00	0.000737	13.44	2.23
2	500	0.5	320	2.381	1.97	0.000763	13.34	2.20
3	500	0.9	280	2.362	2.27	0.001024	15.40	2.93
4	200	0.8	250	2.653	2.26	0.000869	15.03	2.79
5	600	2.0	300	2.086	2.40	0.001351	16.62	3.41
6	300	2.3	300	2.187	2.29	0.001155	15.73	3.06
7	400	3.0	320	1.980	2.37	0.001412	16.55	3.39
8	500	3.0	350	2.598	1.65	0.000476	11.01	1.50
9	300	3.5	300	2.214	2.26	0.001106	15.49	2.97
10	500	4.0	250	2.262	2.65	0.001478	18.10	4.05

実際に、第1断面 ($h=2.50\text{m}$, $B=300\text{m}$) を計算してみると、流量 $Q=1500\text{m}^3/\text{s}$ 、Manning の粗度係数 $n=0.025$ であるから、

$$V=Q/Bh=1500/(300 \times 2.50)=2.00\text{m/s}$$

$$i_e = \left(\frac{nV}{h^{2/3}}\right)^2 = \left(\frac{0.025 \times 2.00}{2.50^{2/3}}\right)^2 = 0.000737$$

$$u_* = \sqrt{ghi_e} = \sqrt{9.8 \times 2.50 \times 0.000737} = 0.1344\text{m/s} \\ = 13.44\text{cm/s}$$

となり、 $u_{*c} = \sqrt{80.9d} > u_*$ であるから、求める $d(\text{cm})$ は、

$$d > \frac{u_*^2}{80.9} = \frac{13.44^2}{80.9} = 2.33\text{cm}$$

である。

同様に、各断面における V , i_e , u_* を計算し、 $d(\text{cm})$ を求めた結果を表-3.1 に示す。

以上、解答作成者 渡辺和好

4. 掃流砂量式

水の流れることによって河床を構成する砂礫が移動する場合には、その移動形式は大別して掃流と浮遊の2つがある。

掃流砂 は砂礫が流水の流れ方向の抵抗力によって河床付近を移動する流砂で、**浮遊砂** は流水の乱れによる拡散作用によって上方に巻上げられ、流路断面内を流水とともに移動する流砂である。

実際の河川において、河床変動に対して支配的な影響をもつのは掃流砂であり、浮遊砂が影響するのは粒径が細かい河口部やダムにおける推砂問題の場合などである。

このように、掃流と浮遊の力学的機構はまったく異なっているため、流砂問題を考える場合には、掃流砂と浮遊砂を分けて取扱うのが通常である。

したがって、まず掃流と浮遊の移動形式を判定するために必要な **浮遊限界** の一般的な考え方について述べることにする。

今、粒子の沈降速度を w_f 、流水の乱れによる上方への粒子の移動速度を u_s とすると、粒子が浮遊するか沈降するかについて、次の不等式が成立する。

$$\text{浮遊} \cdots \cdots u_s > w_f$$

$$\text{沈降} \cdots \cdots u_s > w_f$$

一般に、 u_s は u_* に比例するといわれており、 u_s の目安として次の関係成立することが理論的、実験的に確かめられている。

$$u_s = 0.6u_* \sim 0.93u_* \quad (4.1)$$

浮遊限界は $u_s/w_f=1$ であるから、(4.1)式より、

$$\frac{u_s}{w_f} = \frac{0.6u_*}{w_f} \sim \frac{0.93u_*}{w_f} = 1$$

すなわち、

$$1.08 < \frac{u_*}{w_f} < 1.67 \quad (4.2)$$

したがって、掃流と浮遊の卓越領域は u_* と w_f を用いて次のように書き表すことができる。¹⁾

$$\text{掃流卓越領域} \cdots \cdots \frac{u_*}{w_f} < 1.08 \quad (4.3)$$

$$\text{掃流・浮遊の混在領域} \cdots \cdots 1.08 < \frac{u_*}{w_f} < 1.67 \quad (4.4)$$

$$\text{浮遊卓越領域} \cdots \cdots 1.67 < \frac{u_*}{w_f} \quad (4.5)$$

ここで、沈降速度 w_f を知る必要があるが、沈降速度の式としては、次式の Rubey の実験式¹⁾ がよく用いられる。

$$\frac{w_f}{\sqrt{sgd}} = \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36v^2}{sgd^3}} - \sqrt{\frac{36v^2}{sgd^3}} \quad (4.6)$$

ただし、 v : 水の動粘性係数 ($\approx 0.01\text{cm}^2/\text{s}$)

s : 砂粒の水中比重 (砂の標準値 1.65)

d : 砂粒の粒径 (cm)

g : 重力加速度 ($980\text{cm}/\text{s}^2$)

掃流砂に関する研究は、古くから多数の理論的・実験的研究が行われ、多くの流砂量式が提案されている。上述のように、掃流砂の運動は流水と河床面との境界付近で発生する複雑な現象であるため、これらの流砂量式は次元解析や流砂の運動機構のモデル化により誘導されている。したがって、その式形は研究者によりまちまちであるが、関係するパラメータについてはかなり明確となってきた。

しかしながら、これらの流砂量式のほとんどが、一様砂礫を対象とした取扱いによって誘導されているために、混合砂礫河床からなる実際河川への適用には注意が必要である。また、実際河川では河床波の発生、変化に伴って流れの抵抗も変化するが、このような河床波を考慮した流砂量計算法もまだ確立されていない。

今、断面内の掃流砂量を $Q_B(\text{m}^3/\text{s})$ 、単位幅当たりの掃流砂量を $q_B(\text{m}^3/\text{s})$ と書き表すと、一般に q_B は無次元掃流力 τ_* あるいは摩擦速度 u_* の関数、すなわち $q_B = f(\tau_*)$ あるいは $q_B = f(u_*)$ として与えられる。

本章では、これらの流砂量式のうち代表的な次の2式について示す。

(1) 佐藤・吉川・芦田の式²⁾ (土研公式)

$$q_B = \frac{u_*^3}{sg} F\left(\frac{u_*^2}{u_{*c}^2}\right) f(n) \quad (4.7)$$

ここで、Manning の粗度係数を n として、 $n \geq 0.025$ の

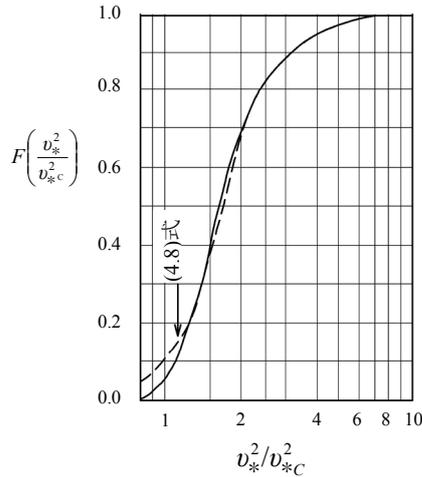


図-4.1 $F(v_*^2/v_{*c}^2)$ と v_*^2/v_{*c}^2 との関係

とき $f(n) = 0.623$, $n \leq 0.025$ のとき $f(n) = 0.623 (40n)^{-3.5}$ である。また、 $F(u_*^2/u_{*c}^2)$ は図-4.1 の実線と与えられるが、その近似式として次式がある (図中の破線が (4.8) 式)。

$$F\left(\frac{u_*^2}{u_{*c}^2}\right) = \frac{1}{1 + 8(u_*^2/u_{*c}^2)^4} \quad (4.8)$$

(2) Meyer-Peter・Müller の式³⁾

$$q_B = 8(\tau'_* - \tau_{*c})^{1.5} \sqrt{sgd^3} \quad (4.9)$$

ここで、 τ'_* は無次元有効掃流力といわれ、次式で書き表わされる。

$$\tau'_* = \frac{u_*'^2}{sgd}$$

ただし、 $u_*' = (n_b/n)^{3/4} u_*$: 有効摩擦速度、

$n_b = 0.0192 d_{90}^{1/6}$ (d_{90} : cm 単位) : 砂粒抵抗を表わす Stlickler の型の粗度係数、

n : 流れ全体の Manning の粗度係数

有効掃流力の概念は、次のように考えるとよい。

すなわち、今、河床に河床波がある場合に、それは流れの抵抗に対して形状抵抗として寄与するものと考え、形状抵抗として分離した残り砂面上の表面抵抗分を有効掃流力と定義する。

したがって、河床波がない場合には $\tau'_* = \tau_*$ であり、(4.9) 式は次式で書き表わされる。

$$q_B = 8(\tau_* - \tau_{*c})^{1.5} \sqrt{sgd^3} \quad (4.10)$$

(演習問題 8)

粒径 $d = 1\text{mm}$ の砂の沈降速度 w_f を求め、摩擦速度 $u_* = 20\text{cm/s}$ のとき浮遊・掃流形式のいずれとなるか判定せよ。

[演習問題 8 の解答]

1. 考え方

粒径 d の砂粒の沈降速度 w_f を求めるには、Rubey の実験式 (4.6) 式がよく用いられるので、これを使用する。

また、与えられた水力条件に対して粒径 d の砂粒の移動形式が掃流と浮遊のいずれとなるかは、摩擦速度 u_* と沈降速度 w_f との比を用いて (4.3) ~ (4.5) 式に示したような関係で判定することができる。

2. 実際の計算

粒径 $d = 1\text{mm}$ の砂の沈降速度 w_f は、Rubey の実験式 (4.6) 式を用いると、

$$\begin{aligned} w_f &= \left(\sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36v^2}{sgd^3}} - \sqrt{\frac{36v^2}{sgd^3}} \right) \sqrt{sgd} \\ &= \left\{ \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{1}{1.65 \times 980 \times 0.1^3}} \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{\frac{36 \times 0.01^2}{1.65 \times 980 \times 0.1^3}} \right\} \times \sqrt{1.65 \times 980 \times 0.1} \\ &= 9.8\text{cm/s} \end{aligned}$$

したがって、 $u_* = 20\text{cm/s}$ のとき u_*/w_f は、

$$\frac{u_*}{w_f} = \frac{20}{9.8} = 2.04$$

となり、(4.5) 式の条件にあてはまるので、砂粒は浮遊形式で移動する。

(演習問題 9)

河幅 $B = 200\text{m}$ 、河床勾配 $i_b = 1/1000$ 、Manning の粗度係数 $n = 0.02$ なる広矩形断面水路に流量 $Q = 500\text{m}^3/\text{s}$ が等流状態で流れているとき、粒径 $d = 1\text{mm}$ の砂は浮遊・掃流形式のいずれとなるか判定せよ。

[演習問題 9 の解答]

1. 考え方

与えられた水力条件に対して、粒径 d の砂粒の移動形式が掃流と浮遊のいずれとなるかは、[演習問題 8 の解答] と同様の考え方判定することができる。ただし、題意より流れは等流状態であるのでエネルギー勾配を i_e 、河床勾配を i_b として $i_b = i_e$ であり、また広矩形断面水路であるので等流水深を h_0 として径深 $R = h_0$ とおいて (3.3) 式より摩擦速度 u_* を求める。

2. 実際の計算

(2.20) 式より等流水深 h_0 は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} h_0 &= \left(\frac{nQ}{B\sqrt{i_b}} \right)^{3/5} \\ &= \left(\frac{0.02 \times 500}{200 \times \sqrt{\frac{1}{1000}}} \right)^{3/5} = 1.316\text{m} \end{aligned}$$

摩擦速度 u_* は (3.3) 式より $R = h_0$ 、 $i_b = i_e$ として、

$$u_* = \sqrt{gh_o i_b} = \sqrt{980 \times 131.6 \times \frac{1}{1000}} = 11.4 \text{ cm/s}$$

また、沈降速度 w_f は Rubey の実験式(4.6)式より、

$$\begin{aligned} w_f &= \left(\sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36v^2}{sgd^3}} - \sqrt{\frac{36v^2}{sgd^3}} \right) \sqrt{sgd} \\ &= \left\{ \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36 \times 0.01^2}{1.65 \times 980 \times 0.1^3}} \right\} \\ &\quad - \sqrt{\frac{36 \times 0.01^2}{1.65 \times 980 \times 0.1^3}} \times \sqrt{1.65 \times 980 \times 0.1} \\ &= 9.8 \text{ cm/s} \end{aligned}$$

したがって、 u_*/w_f は、

$$\frac{u_*}{w_f} = \frac{11.4}{9.8} = 1.16$$

となり、(4.4)式の条件にあてはまるので、掃流・浮遊の混在形式である。

(演習問題 10)

粒径 $d=1\text{mm}$ の砂について、以下の設問に答えよ。

- (1) 無次元掃流力 $\tau_* = 0.3$ のときの砂の移動形式は、浮遊・掃流のいずれとなるか判定せよ。
- (2) 無次元掃流力 τ_* をどの程度まで上げると、浮遊砂が卓越する領域に入るか判定せよ。

[演習問題 10 の解答]

1. 考え方

- (1) 無次元掃流力 τ_* は(3.5)式で表わされ、粒径 d および τ_* が与えられたときの摩擦速度 u_* は(3.5)式から、

$$u_* = \sqrt{\tau_* sgd}$$

で求められるので、沈降速度 w_f を Rubey の実験式(4.6)式で求められることにより、(4.3)～(4.5)の関係から、砂粒の移動形式が判定できる。

- (2) 浮遊砂が卓越する条件は、 u_*/w_f が(4.5)式を満たすような場合である。すなわち、 $u_*/w_f > 1.67$ であるから、これに(3.5)'式を代入し、整理すると、

$$\tau_* > \frac{(1.67w_f)^2}{sgd} \quad (4.5)'$$

で与えられる。

2. 実際の計算

- (1) 摩擦速度 u_* は(3.5)'式より、

$$u_* = \sqrt{\tau_* sgd} = \sqrt{0.3 \times 1.65 \times 980 \times 0.1} = 7.0 \text{ cm/s}$$

沈降速度 w_f は(4.6)式より、

$$\begin{aligned} w_f &= \left(\sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36v^2}{sgd^3}} - \sqrt{\frac{36v^2}{sgd^3}} \right) \sqrt{sgd} \\ &= \left\{ \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36 \times 0.01^2}{1.65 \times 980 \times 0.1^3}} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \sqrt{\frac{36 \times 0.01^2}{1.65 \times 980 \times 0.1^3}} \times \sqrt{1.65 \times 980 \times 0.1} \\ & = 9.8 \text{ cm/s} \end{aligned}$$

したがって、 u_*/w_f を計算すると、

$$\frac{u_*}{w_f} = \frac{7.0}{9.8} = 0.71$$

となり、(4.3)式の条件にあてはまるので掃流形式である。

(2) 浮遊砂が卓越する条件は、(4.5)'式を満たすような場合である。すなわち、

$$\tau_* > \frac{(1.67w_f)^2}{sgd} = \frac{(1.67 \times 9.8)^2}{1.65 \times 980 \times 0.1} = 1.66$$

とすればよい。

以上、解答作成者 本間 隆

(演習問題 11)

摩擦速度 $u_* = 20\text{cm/s}$ 、粒径 $d = 5\text{mm}$ 、 $n = 0.03$ のとき、土研公式(4.7)式および Meyer-Peter-Müller 式(4.10)式により単位幅当たりの掃流砂量 q_B を求めよ。

[演習問題 11 の解答]

1. 考え方

土研公式(4.7)式および Meyer-Peter-Müller 式(4.10)式を用いて、単位幅当たりの掃流砂量 q_B を求めるには、摩擦速度 u_* が与えられているので限界摩擦速度 u_{*c} を求める必要がある。 u_{*c} の計算は岩垣の式(3.7)式を用いる。

1. 実際の計算

①土研公式(4.7)式では u_{*c}^2 を求める必要がある。今、粒径 $d = 5\text{mm} = 0.5\text{cm} > 0.303\text{cm}$ であるので、岩垣の式(3.7)式より、

$$u_{*c}^2 = 80.9d = 80.9 \times 0.5 = 40.45 \text{ cm}^2/\text{s}^2$$

求める q_B は、 $F(u_*^2/u_{*c}^2)$ として近似式(4.8)式を用いるとともに、Manning の粗度係数 $n = 0.03 \geq 0.025$ のとき $f(n) = 0.623$ であるから、次のように計算される。

$$\begin{aligned} q_B &= \frac{u_*^3}{sg} F\left(\frac{u_*^2}{u_{*c}^2}\right) f(n) \\ &= \frac{u_*^3}{sg} \left\{ \frac{1}{1 + 8(u_*^2/u_{*c}^2)^4} \right\} 0.623 \\ &= \frac{0.2^3}{1.65 \times 9.8} \times \frac{1}{1 + 8 \times (40.45/20^2)} \times 0.623 \\ &= 3.08 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s} \end{aligned}$$

②Meyer-Peter-Müller 式(4.10)式では、 τ_* および τ_{*c} を求める必要がある。 $u_*^2 = 400 \text{ cm}^2/\text{s}^2$ 、 $u_{*c}^2 = 40.45 \text{ cm}^2/\text{s}^2$ であるから、

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{sgd} = \frac{400}{1.65 \times 980 \times 0.5} = 0.495$$

$$\tau_{*c} = \frac{u_{*c}^2}{sgd} = \frac{40.45}{1.65 \times 980 \times 0.5} = 0.050$$

ゆえに、求める q_B は次のように計算される。

$$\begin{aligned} q_B &= 8(\tau_* - \tau_{*c})^{1.5} \sqrt{sgd^3} \\ &= 8(0.495 - 0.050)^{1.5} \times \sqrt{1.65 \times 9.8 \times 0.005^3} \\ &= 3.38 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s} \end{aligned}$$

①と②の結果を比較すると、両者でオーダーが異なっていることがわかる。これは流砂量式の精度にかかわる問題であり、実際問題にこれらの流砂量式を適用する際には、使用する流砂量式の妥当性を実測により検証することが不可欠であることを意味している。

(演習問題 12)

河幅 $B=300\text{m}$ 、河床勾配 $i_b=1/500$ 、Manning の粗度係数 $n=0.02$ なる広矩形断面水路において、流量 $Q=1000\text{m}^3/\text{s}$ が等流状態で流れている場合について、以下の設問に答えよ。

- (1) 粒径 $d=3\text{mm}$ の砂の単位幅当たりの掃流砂量 q_B を、Meyer-Peter・Müller 式(4.10)式により求めよ。
- (2) 断面内の全掃流砂量 Q_B を求めよ。

[演習問題 12 の解答]

1. 考え方

(1) 流量 $Q=1000\text{m}^3/\text{s}$ 、河幅 $B=300\text{m}$ 、Manning の粗度係数 $n=0.02$ 、河床勾配 $i_b=1/500$ が与えられているので、まず(2.20)式により等流水深 h_0 を求める。次に、Meyer-Peter・Müller 式(4.10)式により単位幅当たりの掃流砂量 $q_B(\text{m}^2/\text{s})$ を求めるには、砂粒の粒径 $d=3\text{mm}$ に対して無次元掃流力 τ_* および無次元限界掃流力 τ_{*c} をおのおの(3.5)式および(3.6)式により計算する必要がある。

(2) 全掃流砂量 $Q_B(\text{m}^3/\text{s})$ は、(1)で求めた $q_B(\text{m}^2/\text{s})$ に河幅 $B(\text{m})$ を乗じることにより求まる。

1. 実際の計算

- (1) (2.20)式により等流水深 h_0 を求める。

$$h_0 = \left(\frac{nQ}{B\sqrt{i_b}} \right)^{3/5} = \left(\frac{0.02 \times 1000}{300 \times \sqrt{\frac{1}{500}}} \right)^{3/5} = 1.271 \text{ m}$$

次に、題意より広矩形断面水路であるので、径深 $R=h_0$ 、流れは等流状態であるのでエネルギー勾配 $i_e=i_b$ とし、(3.3)式より摩擦速度 u_* を求める。

$$u_* = \sqrt{gh_i} = \sqrt{980 \times 127.1 \times \frac{1}{500}} = 15.783 \text{ cm/s}$$

岩垣の式(3.7)式により限界摩擦速度 u_{*c} を求める。

粒径 $d=0.3\text{m}$ であるので、(3.7)式から $0.118 \leq d \leq 0.303\text{cm}$ のときの u_{*c} は次のように計算される。

$$u_{*c}^2 = 134.6d^{31/32} = 134.6 \times (0.3)^{31/32} = 24.675 \text{ cm}^2/\text{s}^2$$

ゆえに、

$$u_{*c} = 4.967 \text{ cm/s}$$

u_* および u_{*c} が求まったので、無次元掃流力 τ_* および無次元限界掃流力 τ_{*c} をおのおの(3.5)式および(3.6)式で求めることができる。ただし、 $s=1.65$ 、 $g=980\text{cm/s}^2$ とする。

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{sgd} = \frac{15.783^2}{1.65 \times 980 \times 0.3} = 0.514$$

$$\tau_{*c} = \frac{u_{*c}^2}{sgd} = \frac{4.967^2}{1.65 \times 980 \times 0.3} = 0.051$$

したがって、Meyer-Peter・Müller 式(4.10)式により、単位幅当たりの掃流砂量 q_B は次のように計算される。

$$\begin{aligned} q_B &= 8(\tau_* - \tau_{*c})^{1.5} \sqrt{sgd^3} \\ &= 8(0.514 - 0.051)^{1.5} \times \sqrt{1.65 \times 9.8 \times 0.003^3} \\ &= 1.66 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s} \end{aligned}$$

- (2) 全掃流砂量 $Q_B(\text{m}^3/\text{s})$ は、単位幅当たり掃流砂量 $q_B(\text{m}^2/\text{s})$ に河幅 $B(\text{m})$ を乗じて求めることができる。

$$Q_B = q_B \cdot B = 1.66 \times 10^{-3} \times 300 = 0.498 \text{ m}^3/\text{s}$$

以上、解答作者 村上泰啓

(演習問題 13)

前出の(演習問題 3)で求めた流れにおいて、河床砂の粒径を $d=1\text{cm}$ としたとき、各断面について以下の設問に答えよ。

- (1) 河床砂が移動するかどうか判定せよ。
- (2) 河床砂の移動形式を判定せよ。
- (3) Meyer-Peter・Müller 式(4.10)式により q_B を求めよ。
- (4) 全掃流砂量 Q_B を求めよ。

[演習問題 13 の解答]

1. 考え方

(1) 河床砂が移動するか否かの判定は、摩擦速度 u_* と限界摩擦速度 u_{*c} の大小関係を考えればよい。

摩擦速度 u_* は、(3.3)式で与えられる。ここで、題意より広矩形断面水路であるので、径深 $R=h$ とすると、(3.3)式は次式となる。

$$u_* = \sqrt{gh_i}$$

ただし、 g : 重力加速度 (980cm/s^2)、 h : 水深 (cm)

i_e : エネルギー勾配

上式中のエネルギー勾配 i_e は、広矩形断面水路では次式

により与えられる。

$$i_e = \frac{n^2 Q^2}{B^2 h^{10/3}}$$

ここに、 n : Manning の粗度係数、 Q : 流量 (m^3/s)

B : 河幅 (m)、 h : 水深 (m)

限界摩擦速度 u_{*c} は、河床砂の粒径 d (cm) が与えられれば岩垣の式 (3.7) 式で求められる。

河床砂が移動するか否かの判定は、次のように行う。

すなわち、 $u_* > u_{*c}$ ときは河床砂は移動し、 $u_* < u_{*c}$ のときは移動しない。

(2) 砂の移動形式は、摩擦速度 u_* と沈降速度 w_f の比を用いて (4.3) 式～(4.5) 式により判定できる。すなわち、

$$u_*/w_f < 1.08 \cdots \cdots \cdots \text{掃流形式}$$

$$1.08 < u_*/w_f < 1.67 \cdots \cdots \cdots \text{掃流・浮遊混在形式}$$

$$1.67 < u_*/w_f \cdots \cdots \cdots \text{浮遊形式}$$

ここで、沈降速度 w_f は Rubey の実験式 (4.6) 式により求める。

$$w_f = \left(\sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36v^2}{sgd^3}} - \sqrt{\frac{36v^2}{sgd^3}} \right) \sqrt{sgd}$$

ただし、 s : 砂の水中比重 (1.65)

d : 河床砂の粒径 (cm)

v : 水の動粘性係数 ($0.01 \text{cm}^2/\text{s}$)

g : 重力加速度 ($980 \text{cm}/\text{s}^2$)

(3) Meyer-Peter-Müller 式 (4.10) 式により、単位幅当たりの掃流砂量 q_B (m^2/s) を求めるには、無次元掃流力 τ_* および無次元限界掃流力 τ_{*c} をおのおの (3.5) 式および (3.6) 式で求める必要がある。すなわち、

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{sgd^3}, \quad \tau_{*c} = \frac{u_{*c}^2}{sgd^3}$$

ここで、摩擦速度 u_* はすでに (1) で求められており、限界摩擦速度 u_{*c} は、河床砂の粒径 d が与えられれば岩垣の式 (3.7) 式により求まる。

(4) 全掃流砂量 Q_B (m^3/s) は、(3) で求めた単位幅当たりの掃流砂量 q_B (m^2/s) に河幅 B (m) を乗じて求めることができる。

2. 実際の計算

(1) 計算速度 u_* は $u_* = \sqrt{ghi_e}$ で与えられ、式中のエネルギー勾配 $i_e = \frac{n^2 Q^2}{B^2 h^{10/3}}$ である。ここで、Manning の粗度係数 $n = 0.025$ 、流量 $Q = 1500 \text{m}^3/\text{s}$ であり、前出の [演習問題 3 解答] から河幅 B (m)、水深 h (m) が表-4.1 の①、②のように得られているので、これらにより i_e および u_* を計算した結果を表-4.1 に示す。

限界摩擦速度 u_{*c} は、岩垣の式 (3.7) 式により次のように求められる。粒径 $d = 1 \text{cm} \geq 0.303 \text{cm}$ のとき、 $u_{*c} = 80.9d = 80.9 \text{cm}^2/\text{s}^2$ であるから、 $u_{*c} = \sqrt{80.9} = 8.994$

cm/s となる。

u_* および u_{*c} が求まったので、河床砂が移動するか否かの判定を行うことができる。

実際に、第 1 断面 ($h = 2.5 \text{m}$, $B = 300 \text{m}$) を計算してみると、

$$i_e = \frac{0.025^2 \times 1500^2}{300^2 \times 2.5^{10/3}} = 7.368 \times 10^{-4}$$

$$u_* = \sqrt{980 \times 250 \times 7.368 \times 10^{-4}} = 13.436 \text{cm}/\text{s}$$

ゆえに、 $u_* = 13.436 \text{cm}/\text{s} > u_{*c} = 8.994 \text{cm}/\text{s}$ となるので、河床砂は移動する。

同様に、各断面において判定を行った結果を表-4.1 の⑤に示す。

(2) 砂の移動形式は、摩擦速度 u_* と沈降速度 w_f の比を用いて (4.3) 式～(4.5) により判定できる。各断面の u_* は (1) で求めてあるので、粒径 $d = 1 \text{cm}$ に対する沈降速度 w_f を Rubey の実験式 (4.6) 式により求める。

$$w_f = \left(\sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36v^2}{sgd^3}} - \sqrt{\frac{36v^2}{sgd^3}} \right) \sqrt{sgd}$$

$$= \left\{ \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36 \times 0.01^2}{1.65 \times 980 \times 1^3}} - \sqrt{\frac{36 \times 0.01^2}{1.65 \times 980 \times 1^3}} \right\} \times$$

$$\sqrt{1.65 \times 980 \times 1}$$

$$= 32.773 \text{cm}/\text{s}$$

実際に第 1 断面 ($u_* = 13.436 \text{cm}/\text{s}$) の移動形式を判定すると、 $u_*/w_f = 13.436/32.773 = 0.410 < 1.08$ となり、これは (4.3) 式にあてはまるので掃流形式である。

同様に、各断面における u_*/w_f の計算結果を表-4.1 の⑥に示すとともに、移動形式の判定結果を同表の⑦に示した。

(3) Meyer-Peter-Müller 式 (4.10) 式を用いる。

$$q_B = 8(\tau_* - \tau_{*c})^{1.5} \sqrt{sgd^3}$$

ただし、 τ_* : 無次元掃流力、 τ_{*c} : 無次元限界掃流力

s : 砂の水中比重 (1.65)、 d : 砂の粒径 (cm)

g : 重力加速度 ($980 \text{cm}/\text{s}^2$)

上式は τ_* 、 τ_{*c} が求まれば計算できる。 τ_* および τ_{*c} は、おのおの (3.5) 式および (3.6) 式により求まる。

τ_{*c} は (1) で $u_{*c} = 8.994 \text{cm}/\text{s}$ と計算されているので、次のように与えられる。

各断面の τ_* は u_* がすでに (1) で求められているので、次のように容易に計算でき、 q_B も求まる。

実際に第 1 断面の τ_* 、 q_B を求めると、次のようになる。

$$\tau_* = \frac{13.436^2}{1.65 \times 980 \times 1} = 0.1116$$

表-4.1 計算結果

断面 No.	① 水深 h (m)	② 幅 B (m)	③ $i_c(\times 10^{-4})$	④ $u_*(\text{cm/s})$	⑤ 移動	⑥ u_*/w_f	⑦ 移動形式	⑧ τ_*	⑨ $q_B(\text{cm}^2/\text{s})$	⑩ $Q_B(\text{m}^3/\text{s})$
1	2.500	300	7.368	13.436	する	0.410	掃流	0.112	4.92	0.148
2	2.381	320	7.619	13.334	〃	0.407	〃	0.110	4.73	0.150
3	2.362	280	10.221	15.380	〃	0.469	〃	0.146	9.61	0.269
4	2.653	250	8.704	15.041	〃	0.459	〃	0.140	8.67	0.217
5	2.086	300	13.472	16.594	〃	0.506	〃	0.170	13.41	0.402
6	2.187	300	11.508	15.702	〃	0.479	〃	0.153	10.55	0.316
7	1.980	320	14.089	16.536	〃	0.505	〃	0.169	13.22	0.423
8	2.598	350	4.762	11.009	〃	0.336	〃	0.075	1.27	0.044
9	2.214	300	11.047	15.481	〃	0.472	〃	0.148	9.90	0.297
10	2.262	250	14.810	18.121	〃	0.553	〃	0.203	19.26	0.482

$$q_B = 8 \times (0.1116 - 0.050)^{1.5} \times \sqrt{1.65 \times 980 \times 1^3}$$

$$= 4.92 \text{ cm}^2/\text{s}$$

同様にして、各断面における τ_* および q_B の計算結果をおのおの表-4.1 の⑧および⑨に示す。

(4) 全掃流砂量 Q_B は、単位幅当たりの掃流砂量 q_B に河幅 B を乗じて求めることができる。

$$Q_B = q_B \cdot B$$

各断面の B (m) は表-4.1 の②に、また $q_B(\text{cm}^2/\text{s})$ は(3)で求めたように表-4.1 の⑨に示されているので、上式を用いて求めることができる。

実際に、第1断面 ($B = 300\text{m}$, $q_B = 4.92\text{cm}^2/\text{s} = 4.92 \times 10^{-4}\text{m}^2/\text{s}$) の Q_B (m^3/s) を求めると、

$$Q_B = 300 \times 4.92 \times 10^{-4} = 0.148 \text{ m}^3/\text{s}$$

同様にして、各断面における Q_B の計算結果を表-4.1 の⑩に示す。

以上、解答作者 白川俊也

(演習問題 14)

砂の場合について、その移動形式を判定するグラフを作成せよ。ただし、グラフは両対数グラフとし、縦軸に無次元掃流力 τ_* 、横軸に粒径 d をとるものとする。

なお、グラフ中に無次元限界掃流力 τ_{*c} と粒径 d の関係についても記入せよ。

[演習問題 14 の解答]

1. 考え方

砂の移動形式は、摩擦速度 u_* と沈降速度 w_f の比を用いて(4.3)式～(4.5)式により判定でき、沈降速度 w_f は粒径 d に対して(4.6)式により求まることは前出の演習問題で具体例をあげて詳しく解説した。

本問では、砂の移動形式を規定するために必要な境界線の式を無次元掃流力 τ_* と粒径 d の関係式として求め、掃流と浮遊の境界グラフを作成する。

(4.3)式～(4.5)によると、掃流卓領域と掃流・浮遊の混在領域の境界線は $u_*/w_f = 1.08$ で与えられ、掃流・浮遊混在領域と浮遊卓越領域の境界線は $u_*/w_f = 1.67$ で与えられたことがわかる。

したがって、無次元掃流力 τ_* の算定式(3.5)式、すなわち、

$$\tau_* = \frac{u_*^2}{sgd}$$

ただし、 s : 砂の水中比重、 g : 重力加速度、 d : 粒径に上記の $u_* \sim w_f$ の関係式を代入すると、

$$\tau_{*1} = \frac{(1.08 \cdot w_f)^2}{sgd} \dots \text{掃流と掃流・浮遊混在の境界線}$$

$$\tau_{*2} = \frac{(1.67 \cdot w_f)^2}{sgd} \dots \text{掃流・浮遊混在と浮遊の境界線}$$

となり、この2式が流砂の移動形式を規定する境界線 ($\tau_* \sim d$ の関係) である。

次に、無次元限界掃流力 τ_{*c} と粒径 d の関係は、岩垣の式(3.7)式より限界掃流力 u_{*c} を求め、(3.6)式により τ_{*c} を計算することにより求められる。

2. 実際の計算

流砂の移動形式の境界線は、次式で表わされる。

$$\tau_{*1} = \frac{(1.08 w_f)^2}{sgd}$$

$$\tau_{*2} = \frac{(1.67 w_f)^2}{sgd}$$

具体的に τ_{*1} 、 τ_{*2} を計算してみる。例えば、 $d = 0.01 \text{ cm}$ 、 $s = 1.65$ 、 $v = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$ 、 $g = 980 \text{ cm/s}^2$ のときの w_f は、

表-4.2 無次元掃流力 τ_{*1} , τ_{*2} の計算結果

粒径 $d(\text{cm})$	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.1	0.5	1	5
τ_{*2}	0.122	0.551	0.933	1.184	1.343	1.656	1.840	1.852	1.859
τ_{*1}	0.051	0.231	0.391	0.494	0.562	0.693	0.770	0.775	0.778

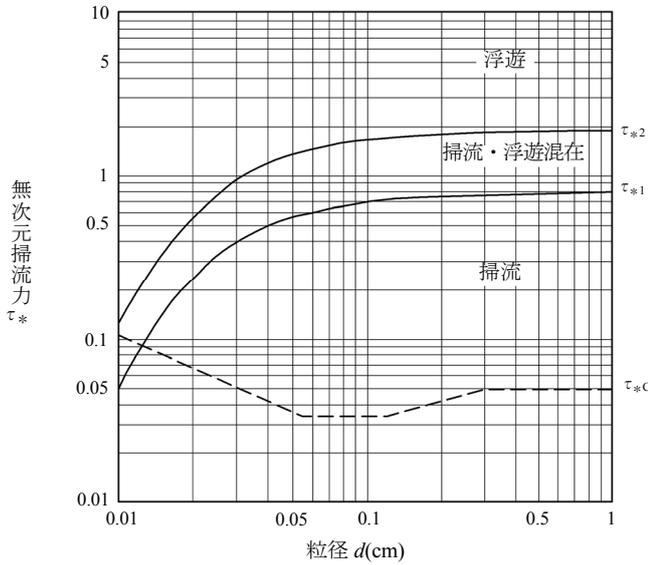


図-4.2 掃流・浮遊境界判定図

$$w_f = \left(\sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36v^2}{sgd^3}} - \sqrt{\frac{36v^2}{sgd^3}} \right) \sqrt{sgd}$$

$$= \left\{ \sqrt{\frac{2}{3} + \frac{36 \times 0.01^2}{1.65 \times 980 \times 0.01^3}} \right\} \sqrt{1.65 \times 980 \times 0.01}$$

$$= 0.840 \text{ cm/s}$$

となるから、 τ_{*1} 、 τ_{*2} は次のように計算される。

$$\tau_{*1} = (1.08 \times 0.840)^2 / (1.65 \times 980 \times 0.01) = 0.051$$

$$\tau_{*2} = (1.67 \times 0.840)^2 / (1.65 \times 980 \times 0.01) = 0.122$$

以下同様に、 $d = 5 \text{ cm}$ まで変化させて求められた τ_{*1} 、 τ_{*2} の値を表-4.2 に示し、同表の結果を図-4.2 に図示した。

次に、 τ_{*c} と d の関係を図示する。 τ_{*c} は岩垣の式(3.7)式により各粒径範囲ごとの u_{*c} を計算し、(3.6)式に代入して求まる。得られた τ_{*c} と d の関係を図-4.2 の破線で示した。したがって、ある粒径 d に対して $\tau_* < \tau_{*c}$ となる領域では砂は移動しない。

以上、解答作者 及川正則

5. 河床変動の1次元解析法

通常単に河床変動といえば、河道の数 km から数 10 km にわたる大規模な河床変動をさしており、その計算

には河床を横断方向に平均化し、縦断方向のみの変化について論ずる1次元解析方法が適用される。例えば、ダム築造や河川改修によって河川の上・下流の境界条件が変化する場合に、河床変動を長時間、かつ広範囲にわたって予測するのにこの方法は有効である。

一様砂礫あるいは平均粒径を用いた掃流砂による河床変動の1次元解析法の基礎式は、次の4式である。

流れの運動方程式と連続式；

$$\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha V^2}{2g} \right) + i_e = 0 \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} (BhV) = 0 \quad (5.2)$$

流砂の連続式と流砂量式；

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)B} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (q_B B) = 0 \quad (5.3)$$

$$q_B = f(u_*) \quad (5.4)$$

ただし、 B ：河幅、 h ：平均水深、 V ：平均流速

x ：流下方向の座標軸

z ：平均河床高、 t ：時間

u_* ：平均摩擦速度、 i_e ：エネルギー勾配

q_B ：掃流砂量

λ ：河床砂の空隙率

α ：エネルギー補正係数

上記の4式のうち、(5.1)式および(5.2)式、すなわち不等流の式の計算法については、第1、第2章で詳しく述べられているので、ここでは説明を省略する。また、(5.4)式の流砂量式についてもすでに前章で代表的な例をあげて解説した。したがって、残る流砂の連続式(5.3)式について述べることにする。

5-1 流砂の連続式

図-5.1のように河川流路の上・下流に任意の2断面を考えると、その上流側断面①の流砂量が下流側断面②より大きければこの区間には堆積が起き、逆に小さければ洗堀が起る。このように、河川流路における河床高の変化は、各断面流砂量の不均衡によって生ずるものであり、掃流砂による河床高 z の時間変化は、(5.3)式の流砂の連続式により求めることができる。

流砂の連続式(5.3)式を誘導してみよう。今、図-5.1中の断面①、②の掃流砂量をおのおの Q_{B1} 、 Q_{B2} (容積表

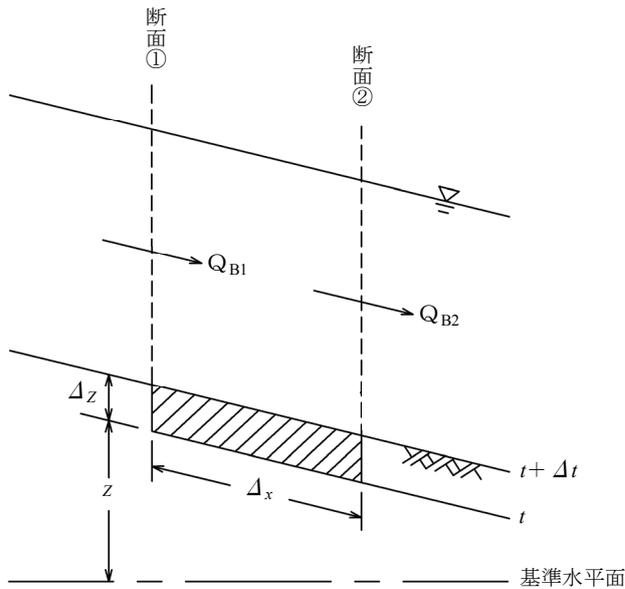


図-5.1 流砂の連続条件

示, m^3/s)とすると, Δt 秒間に①断面を通過する流砂量は $Q_{B1} \cdot \Delta t$ (m^3)であり,同様に②断面では $Q_{B2} \cdot \Delta t$ (m^3)である。

したがって, この区間で河床に堆積と洗堀のいずれが起こるかは, 河床変動高を Δz (m)として以下のように表現できる。ただし, z 軸は上向きを正する。

$Q_{B1} \cdot \Delta t > Q_{B2} \cdot \Delta t$ のとき, 堆積する ($\Delta z > 0$)

$Q_{B1} \cdot \Delta t = Q_{B2} \cdot \Delta t$ のとき, 堆積も洗堀もしない ($\Delta z = 0$)

$Q_{B1} \cdot \Delta t < Q_{B2} \cdot \Delta t$ のとき, 洗堀する ($\Delta z < 0$)

いい換えると,

$Q_{B1} - Q_{B2} > 0$ のとき, $\Delta z > 0$

$Q_{B1} - Q_{B2} = 0$ のとき, $\Delta z = 0$

$Q_{B1} - Q_{B2} < 0$ のとき, $\Delta z < 0$

ここで, 河床に堆積が起こる場合について考えてみよう。この区間に堆積する量は, $(Q_{B1} - Q_{B2}) \cdot \Delta t$ であるが, これを河床高に換算するときには, 図-5.2のように空隙を考慮する必要がある。今, 空隙率を λ で表わすことにすると, 堆積後の容積を V_x として V_x は次式のように表わされる。

$$\frac{1-\lambda}{1} = \frac{(Q_{B1} - Q_{B2}) \cdot \Delta t}{V_x}$$

すなわち,

$$V_x = \frac{Q_{B1} - Q_{B2}}{1-\lambda} \cdot \Delta t \quad (5.5)$$

一方, V_x を河床変動高 Δz で表すと, 区間距離を Δx として,

$$V_x = B \cdot \Delta x \cdot \Delta z \quad (5.6)$$

であるから, (5.5)式と(5.6)式より,

$$\frac{Q_{B1} - Q_{B2}}{1-\lambda} \cdot \Delta t = B \cdot \Delta x \cdot \Delta z$$

すなわち,

$$\frac{\Delta z}{\Delta t} + \frac{1}{(1-\lambda)B} \cdot \frac{Q_{B2} - Q_{B1}}{\Delta x} = 0 \quad (5.7)$$

(5.7)式は距離に関して後進差分で表現しており, これを微分方程式で表わすと,

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)B} \cdot \frac{\partial Q_B}{\partial x} = 0 \quad (5.8)$$

または,

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)B} \cdot \frac{\partial (q_B \cdot B)}{\partial x} = 0$$

となり, 上式は(5.3)式に等しい。

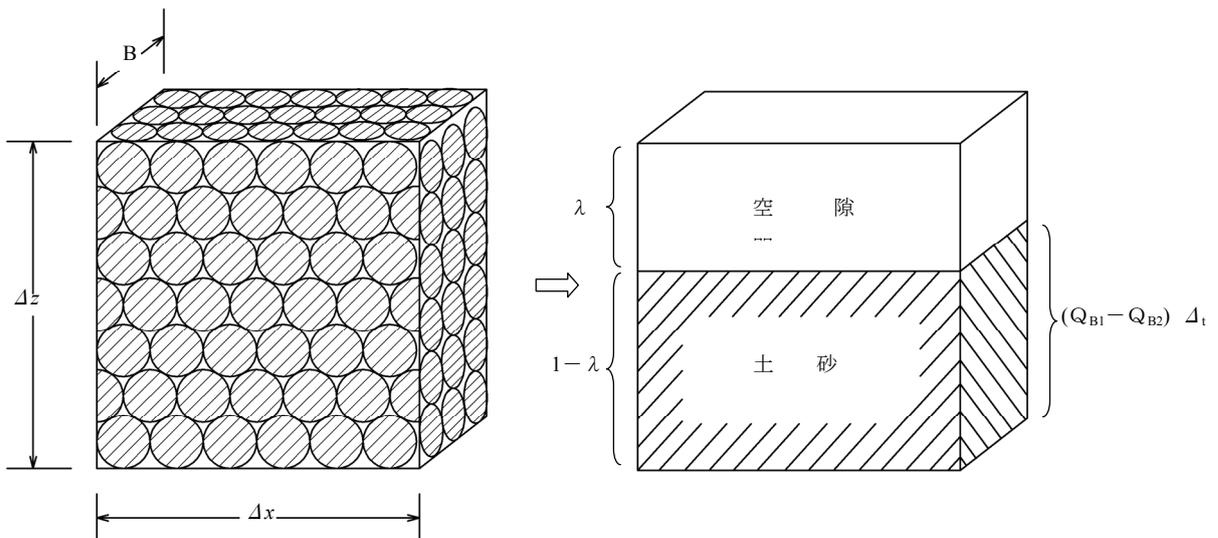


図-5.2 河床の堆積量(容積表示)の模式的表現

なお、上式中の λ は、砂の場合には0.4前後の値である。

5-2 河床変動の数値計算法

河床変動の数値計算法としては、最近では基礎式を直接差分して逐次計算を行う、いわゆる差分法が一般的であり、一様砂礫河床で掃流砂を対象とした場合の計算手順は、図-5.3のフローに示されるとおりである。

- ① 現河床形について、与えられた流量無条件の本に不等流計算を行い、掃流力の縦断分布を求める。
- ② 掃流砂量式を用いて流砂量の縦断分布を求める。
- ③ 流砂の連続式により河床変動量を求める。

以上のプロセスを繰返し行うことにより、河床高の時間変化を予測することができる。

ここで、実際に(5.3)式を差分して河床変動高を計算する場合の要点について述べる。

差分式による解法では、収束性、安定性、精度などが考慮されなければならない。特に安定性が満足されないと、解は発散して計算不能となる。

差分法により安定な数値解を得るためには、以下に述べるように差分スキームの与え方、差分幅 Δt 、 Δx のとり方および境界条件の設定に注意を要する。

有限な伝播速度を有する現象では、実際の擾乱の伝播方向、すなわち特性曲線方向と差分スキームによって規定される計算上の変動の伝播方向を一致させる必要がある。河床高の変動について考えると、河床の微小擾乱の伝播方向は、常流($F_r < 1$)の場合には流下方向に対して正、射流($F_r > 1$)の場合には負となる。ここで、フルード数 $F_r = V\sqrt{gh}$ である。

したがって、差分スキームのとり方は、常流の場合は時間に関して前進差分、距離に関して後進差分であり、射流の場合は時間、距離に関していずれも前進差分としなければならない。

以上のことを念頭に入れて、実際に河床変動計算を行う場合の(5.3)式の差分式は、流れの条件により次の2式を用いることになる。

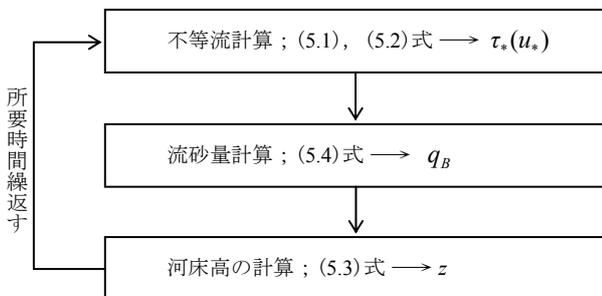


図-5.3 河床変動計算のフロー

① 常流($F_r < 1$)の場合

$$\frac{z(x, t + \Delta t) - z(x, t)}{\Delta x} = \frac{1}{(1 - \lambda)B(x)} \cdot \left\{ q_B(x - \Delta x, t) B(x - \Delta x) - q_B(x, t) B(x) \right\} \quad (5.9)$$

② 射流($F_r > 1$)の場合

$$\frac{z(x, t + \Delta t) - z(x, t)}{\Delta t} = \frac{1}{(1 - \lambda)B(x)} \cdot \left\{ q_B(x, t) B(x) - q_B(x + \Delta x, t) B(x + \Delta x) \right\} \quad (5.10)$$

図-5.4に流れが常流の場合、すなわち距離に関して後進差分の場合の河床変動計算の差分スキームを示す。

次に、差分幅 Δt 、 Δx のとり方について述べる。一般に、収束性、安定性、精度の性質は、偏微分方程式では時間の刻み幅 Δt と距離の刻み幅 Δx との比 $\Delta t / \Delta x$ によって決まることが多く、とくに有限な伝播速度を有する現象では、Courant-Friedrichs-Lewy (C. F. L.) の条件で決定される。したがって、差分幅 Δt 、 Δx は次の条件を満足するように想定しなければならない。

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} < \left(\frac{dx}{dt} \right)_z$$

ここで、 $\left(\frac{dx}{dt} \right)_z$ は河床変動の伝播速度であり、(5.12)

式で求められる。

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)_z = -\frac{1}{(1 - \lambda)(1 - F_r^2)} \cdot \frac{\partial q_B}{\partial h} \quad (5.12)$$

実際に計算する場合には、使用する流砂量式を(5.12)式に代入し、 $\partial q_B / \partial h$ を求めることができれば、これにより伝播速度が求まり、(5.11)式より差分幅 Δt 、 Δx が決定される。

境界条件の与え方は、河床変動計算の差分スキームに

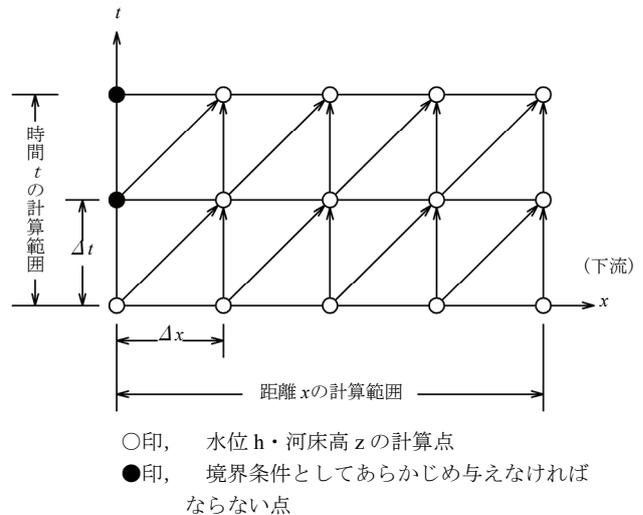


図-5.4 河床変動計算の差分スキーム(後進差分)

より異なる。例えば、流れが常流の場合の河床変動計算の差分スキームは、図-5.4 に示したとおりであり、使用する差分式は(5.9)式である。(5.9)式により Δz を求めるには上流端を境界条件としなければならない。上流端境界条件の与え方には、次のような場合がある。

- (i) 上流端の河床を固定点とする。すなわち、(5.7)式の $(Q_{B1} - Q_{B2}) / \Delta x = 0$ とする。この条件は、実際河川では $Q_{B1} = Q_{B2}$ 、すなわち河床は動的に安定である場合に相当する。
- (ii) 上流端の流砂量 $Q_{B1} = 0$ と考える。この条件は、実際河川では、上流端にダムが築造されて土砂の補給がない場合などに相当する。
- (iii) 上流端の流砂量 Q_{B1} をなんらかの方法で与える。例えば、実測値をもとに流量 Q と流砂量 Q_B の関係式を求めて与える。

一般の河川では、砂防施設を必要とするような上流域や床正工のような局所的に射流となる部分を除いて、ほとんどの場合流れは常流と考えられるので、ここで示した計算法により、一次元的な河床変動について予測が可能である。

〔演習問題 15〕

全長 $L = 3000\text{m}$ 、河床勾配 $i_b = 1/1000$ 、河幅 $B = 100\text{m}$ 、河床砂の粒径 $d = 5\text{mm}$ 、Manning の粗度係数 $n = 0.02$ の広矩形断面水路に、図-5.5 のように高さ 50cm のマウンド(同一の河床砂、同一粗度)がある場合について、以下の設問に答えよ。ただし、下流端の河床高 $z = 0\text{m}$ (標高)とする。

- (1) 流量 $Q = 1000\text{m}^3/\text{s}$ が流下するとき、マウンド部分以外の地点の等流水深 h_0 を求めよ。
- (2) 下流端水深が等流水深 h_0 の場合の水面形を区間距離 $\Delta x = 100\text{m}$ として各断面ごと不等流計算により求めよ。
- (3) 各断面における無次元掃流力 τ_* 、掃流砂量 q_b を求めよ。ただし、 q_b は Meyer-Peter・Müller 式(4.10)式で求めるものとする。

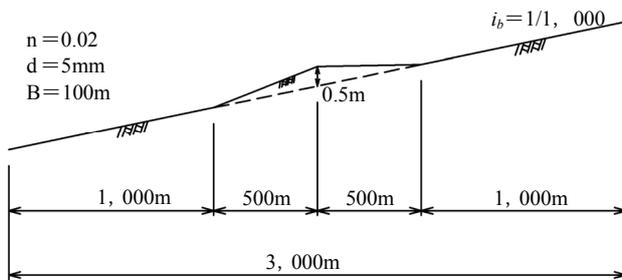


図-5.5 初期河床高縦断面図

- (4) 各断面の 10 秒後の河床変動量 Δz を後進差分で求めよ。ただし、境界条件として上流端の $\Delta z = 0$ を与えよ。
- (5) 計算時間間隔 $\Delta t = 10$ 秒として、24 時間分の河床変動計算を後進差分で行い、1, 4, 12, 24 時間後の河床形状を縦断面図にせよ。

〔演習問題 15 の解答〕

1. 考え方

- (1) 広矩形断面水路における等流水深 h_0 (m) は、前出の(2.20)式によって求める。

$$h_0 = \left(\frac{Qn}{B\sqrt{i_b}} \right)^{3/5}$$

ここに、 Q : 流量、 n : Manning の粗度係数、 B : 河幅、 i_b : 河床勾配

- (2) 不等流計算による水面形の計算は〔演習問題の解答〕で詳しく解説した 1 階のニュートン法を用いて解いたので、(演習問題 3)を参照されたい。
- (3) 各断面の無次元掃流力 τ_* は、(3.5)式により計算する。

$$\tau_* = \frac{Ri_c}{sd}$$

ただし、広矩形断面水路なので径深 $R \approx h$ 、エネルギー勾配 $i_b = n^2 Q^2 / B^2 h^{10/3}$ 、 h : 水深

単位幅掃流砂量 q_b を求める式は多数あるが、本間では(4.10)式の Meyer-Peter・Müller 式を用いる。

$$Q_B = 8(\tau_* - \tau_{*c})^{1.5} \sqrt{sgd^3}$$

ここに、 $\tau_{*c} = u_{*c}^2 / sgd$: 無次元限界掃流力、 u_{*c} : 限界摩擦速度で、岩垣の式から求める、 s : 砂の水中比重、 g : 重力加速度、 d : 粒径

- (4) 次に河床変動量の計算は、流砂の連続式(5.3)式の差分式を用いる。

流砂の連続式(5.3)式は、

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)B} \frac{\partial}{\partial x} (q_b B) = 0$$

であり、これを差分化(後進差分)すると、

$$\Delta z_j = - \frac{1}{1-\lambda} \cdot \frac{\{(q_b B)_j - (q_b B)_{j+1}\}}{\Delta x B_j} \Delta t$$

ここに、断面番号 j は下流端 1 として上流側へ向かって $j = 1, 2, 3, \dots, N_j$ とする。 λ は空隙率である。

なお、後進差分では上流端 N_j 地点で境界条件を与えなければならない。本間では、上流端の河床高を固定として計算する。すなわち常に $\Delta z_{N_j} = 0$ とする。

計算手順は、まず初期河床における水面形を不等流計算によって求める。水面形が求まると i_e が決定され、摩擦速度 u_* が求まる。次に、 u_* と河床材料の条件(粒径、

比重)から無次元掃流力 τ_* が求まる。 τ_* が決定されると、流砂量式を用いて q_B が求まり、流砂の連続式から各断面の変動量 Δz_j を計算することができる。

(5) 以後、新しい河床形での水面形を求めて上記の計算手順を繰返せばよい。補遺の図-5.7に上記の河床変動計算フローチャートを示す。

2. 実際の計算

(1) マウンドのない部分の等流水深 h_0 を求める。与えられた条件、すなわち河床勾配 $i_b=1/1000$ 、Manning の粗度係数 $n=0.02$ 、河幅 $B=100\text{m}$ 、流量 $Q=1000\text{m}^3/\text{s}$ を(2.20)式に代入すると、

$$h_0 = \left(\frac{Qn}{B\sqrt{i_b}} \right)^{3/5} = \left(\frac{1000 \times 0.02}{100 \times \sqrt{1/1000}} \right)^{3/5} = 3.02\text{m}$$

である。

(2) 下流端が等流水深 h_0 の場合の水面形を求める。

打ち切り誤差を $\varepsilon=0.001\text{m}$ として、1階のニュートン法を用いて計算した。この解法については、すでに(演習問題3)で詳しく解説されているので、本問では説明を省略する。水位計算の結果を表-5.1に示す。

(3) 各断面における τ_* と q_B を計算する。

τ_* は(3.5)式により計算する。すなわち、

$$\tau_* = u_{*c}^2 / sgd = h i_e / s d$$

(2)で不等流計算より求めた水面形から水深 h が求まるので、次式によりエネルギー勾配 i_e が計算できる。

$$i_b = n^2 Q^2 / B^2 h^{10/3}$$

今下流端の断面を例として τ_* を計算してみる。

水位 $H=3.02\text{m}$ 、河床高 $z=0.0\text{m}$ 。したがって、水深 $H=3.02\text{m}$ であるから、

$$i_b = (0.02^2 \times 1000^2) / (100^2 \times 3.02^{10/3}) = 1.0047 \times 10^{-3}$$

$$\tau_* = (3.02^2 \times 1.0047 \times 10^{-3}) / (1.65 \times 0.005) = 0.3678$$

q_B は(4.10)式により計算する。

$$q_b = 8(\tau_* - \tau_{*c})^{5/2} \sqrt{sgd^3}$$

ここに、である。

u_{*c}^2 は岩垣の式(3.7)式で計算する。砂粒の粒径 $d=5\text{mm}$ であるから、

$$u_{*c}^2 = 80.9d = 80.9 \times 0.5 = 40.45\text{cm}^2/\text{s}^2$$

ゆえに、 τ_{*c} は次のように計算される。

$$\tau_{*c} = u_{*c}^2 / sgd = 40.45 / (1.65 \times 980 \times 0.5) = 0.050$$

したがって、下流端での q_B は、

$$q_b = 8 \times (0.3678 - 0.05)^{5/2} \times \sqrt{1.65 \times 9.8 \times 0.005^3}$$

$$= 2.037 \times 10^{-2} \text{m}^2/\text{s}$$

同様に、各断面の τ_* および q_B の計算結果を表-5.1に示す。

(4) 10秒後の河床変動量 Δz を求める。

計算は補遺の図-5.7 河床変動計算のフローチャートに示した手順でプログラム作成し、実施した。

例として、距離 $KP1500\text{m}$ 地点の10秒後の変動量 Δz を計算してみる。なお、本問では $\lambda=0.4$ とした。

$$\begin{aligned} \Delta z_{16} &= -\frac{1}{1-\lambda} \cdot \frac{\{(q_B B)_{16} - (q_B B)_{17}\}}{\Delta x \cdot B_{16}} \Delta t \\ &= \frac{1}{1-0.4} \\ &\quad \times \frac{(0.4256 \times 10^{-2} \times 100) - (0.2599 \times 10^{-2} \times 100)}{100 \times 100} \times 10 \\ &= -0.000276\text{m} \\ &= -0.276\text{mm} \end{aligned}$$

以下、各断面について同様の計算を行い、得られた河床変動量 Δz_j を表-5.1に示す。

(5) $\Delta t=10$ 秒とした場合の1, 4, 12, 24時間後の河床形を求める。

計算は(4)で示したと同様の手順で行い、 $\Delta t=10$ 秒として所要時間24時間となるまで(すなわち、8640回)繰返し、1, 4, 12, 24時間後の河床高 z を出力した。

計算結果を図-5.6に示す。

本問では紙面の都合で省略したが、本問以外に種々の検討も行っているため、それらの結果より1次元の河床変動計算を行うにあたっての注意点を列挙する。

興味ある読者は実際に検討を行ってみることをお勧めする。

①河床変動量 Δz の計算を、流れが射流のときの差分式(5.10)式で行った場合、すなわち、時間、距離に関していずれも前進差分とした場合には、解は途中で発散し、計算不能となる。つまり、差分の方向は(5.12)式の特性曲線の向きと一致させなければならず、したがって、流れが常流の場合には(5.9)式のように距離に関して後進差分としなければならないことがわかる。

②差分幅 Δt をあまり大きくすると、解が求められなくなる。これは、 $\Delta t / \Delta x$ が(5.12)式の特性曲線の傾きから決定されるために $\Delta t / \Delta x$ がこの傾きを越えるような Δt を与えたためと考えられる。

また、 $\Delta t=1$ 秒とした計算も行ったが、 $\Delta t=10$ 秒とした計算とほぼ同一の結果となり、精度的にはいずれの場合も問題はない。したがって、 Δt はあらかじめ(5.11)式より上限値を求めて決定するのが計算時間の面から有利である。

表-5.1 水面形と各断面の τ_* , q_B および 10 秒後の Δz

No.	距離(m)	川幅(m)	河床高(m)	Δz (mm)	水深(m)	水位(m)	i_c	u_* (m/s)	τ_*	q_B (m ² /s)
1	0	100.0	0.00	0.00	3.02	3.02	0.1005E-02	0.1724E+00	0.3678 E+00	0.2037 E-02
2	100	100.0	0.10	0.00	3.02	3.12	0.1005E-02	0.1724E+00	0.3678 E+00	0.2037 E-02
3	200	100.0	0.20	0.00	3.02	3.22	0.1005E-02	0.1724E+00	0.3678 E+00	0.2037 E-02
4	300	100.0	0.30	0.00	3.02	3.32	0.1005E-02	0.1724E+00	0.3678 E+00	0.2037 E-02
5	400	100.0	0.40	0.00	3.02	3.42	0.1005E-02	0.1724E+00	0.3678 E+00	0.2037 E-02
6	500	100.0	0.50	0.00	3.02	3.52	0.1005E-02	0.1724E+00	0.3678 E+00	0.2037 E-02
7	600	100.0	0.60	0.00	3.02	3.62	0.1005E-02	0.1724E+00	0.3678 E+00	0.2037 E-02
8	700	100.0	0.70	0.00	3.02	3.72	0.1005E-02	0.1724E+00	0.3678 E+00	0.2037 E-02
9	800	100.0	0.80	0.00	3.02	3.82	0.1005E-02	0.1724E+00	0.3678 E+00	0.2037 E-02
10	900	100.0	0.90	0.00	3.02	3.92	0.1005E-02	0.1724E+00	0.3678 E+00	0.2037 E-02
11	1000	100.0	1.00	0.08	3.02	4.02	0.1005E-02	0.1724E+00	0.3678 E+00	0.2037 E-02
12	1100	100.0	1.10	0.09	2.87	4.07	0.1191 E-02	0.1830 E+00	0.4143 E+00	0.2501 E-02
13	1200	100.0	1.20	0.08	2.74	4.14	0.1393 E-02	0.1934 E+00	0.4624 E+00	0.3012 E-02
14	1300	100.0	1.30	0.07	2.63	4.23	0.1592 E-02	0.2026 E+00	0.5077 E+00	0.3522 E-02
15	1400	100.0	1.40	0.05	2.55	4.35	0.1761 E-02	0.2099 E+00	0.5448 E+00	0.3958 E-02
16	1500	100.0	1.50	-0.28	2.50	4.50	0.1875 E-02	0.2145 E+00	0.5693 E+00	0.4256 E-02
17	1600	100.0	1.60	-0.10	2.84	4.84	0.1230 E-02	0.1851 E+00	0.4238 E+00	0.2599 E-02
18	1700	100.0	1.70	-0.06	3.03	5.03	0.9950 E-03	0.1719 E+00	0.3653 E+00	0.2014 E-02
19	1800	100.0	1.80	-0.04	3.17	5.17	0.8551 E-03	0.1630 E+00	0.3285 E+00	0.1672 E-02
20	1900	100.0	1.90	-0.03	3.29	5.29	0.7587 E-03	0.1563 E+00	0.3021 E+00	0.1440 E-02
21	2000	100.0	2.00	0.01	3.39	5.39	0.6867 E-03	0.1509 E+00	0.2818 E+00	0.1269 E-02
22	2100	100.0	2.10	0.01	3.34	5.44	0.7149 E-03	0.1531 E+00	0.2898 E+00	0.1336 E-02
23	2200	100.0	2.20	0.01	3.31	5.51	0.7422 E-03	0.1551 E+00	0.2975 E+00	0.1401 E-02
24	2300	100.0	2.30	0.01	3.27	5.57	0.7683 E-03	0.1570 E+00	0.3048 E+00	0.1463 E-02
25	2400	100.0	2.40	0.01	3.24	5.64	0.7931 E-03	0.1587 E+00	0.3117 E+00	0.1522 E-02
26	2500	100.0	2.50	0.01	3.21	5.71	0.8163 E-03	0.1603 E+00	0.3180 E+00	0.1578 E-02
27	2600	100.0	2.60	0.01	3.19	5.79	0.8378 E-03	0.1618 E+00	0.3239 E+00	0.1630 E-02
28	2700	100.0	2.70	0.01	3.17	5.87	0.8576 E-03	0.1631 E+00	0.3292 E+00	0.1678 E-02
29	2800	100.0	2.80	0.01	3.15	5.95	0.8756 E-03	0.1643 E+00	0.3340 E+00	0.1722 E-02
30	2900	100.0	2.90	0.01	3.13	6.03	0.8918 E-03	0.1654 E+00	0.3383 E+00	0.1761 E-02
31	3000	100.0	3.00	0.00	3.11	6.11	0.9063 E-03	0.1663 E+00	0.3422 E+00	0.1796 E-02

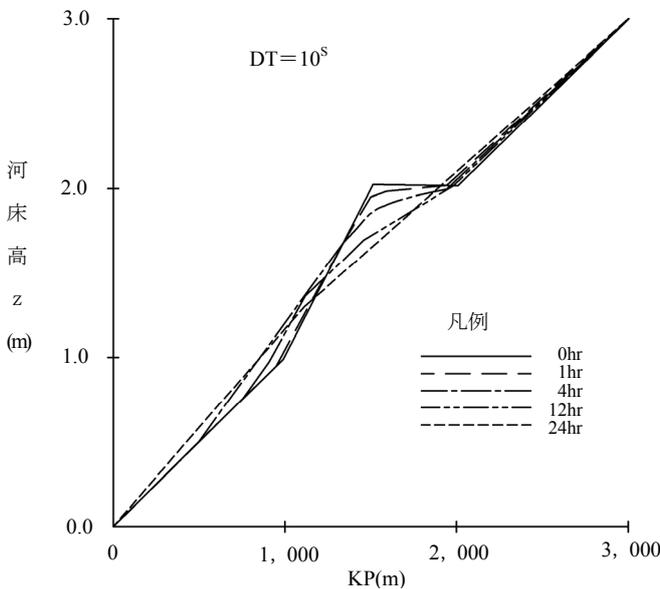


図-5.6 河床高の時間変化図

ことが予想される。したがって、不等流計算法としては、計算条件などにより使用できる手法が限定される場合もあるが、できるだけ少ない計算回数で解が収束するような手法を選定すべきである。

これまでに取りあげた手法としては、ニュートン法と緩和係数法があるが、そのほかにもいくつかあるので比較してみるとよい。

以上、解答作成者 若松信治

参 考 文 献

- 1) 椿東一郎:水理学Ⅱ(第14章),基礎土木工学全書7(森北出版)1974
- 2) 佐藤清一・吉川秀夫・芦田和男;河床砂礫の掃流運搬に関する研究(1),建設省土木研究所報告,第98号,昭和32年
- 3) Meyer-Peter, E. & R. Müller: Formulas for bed load transport, Proc. 2nd Congress of IAHR, Stockholm, 1948

③本法で河床変動計算を行う場合、不等流計算の繰返し回数が多いため、長期間の計算を行う際には、計算条件や使用する数値計算法によっては相当の計算量となる

補遺 計算プログラム概要

[6] 演習問題 15

[演習問題 15 解答] で使用した一次元の河床変動計算プログラムを以下に示す。

本プログラムは、一様砂礫河床における掃流砂を計算対象としており、流れが常流(フルード数 $F_r < 1$)の場合に適用できる。

(1) 河床変動計算のフローチャート

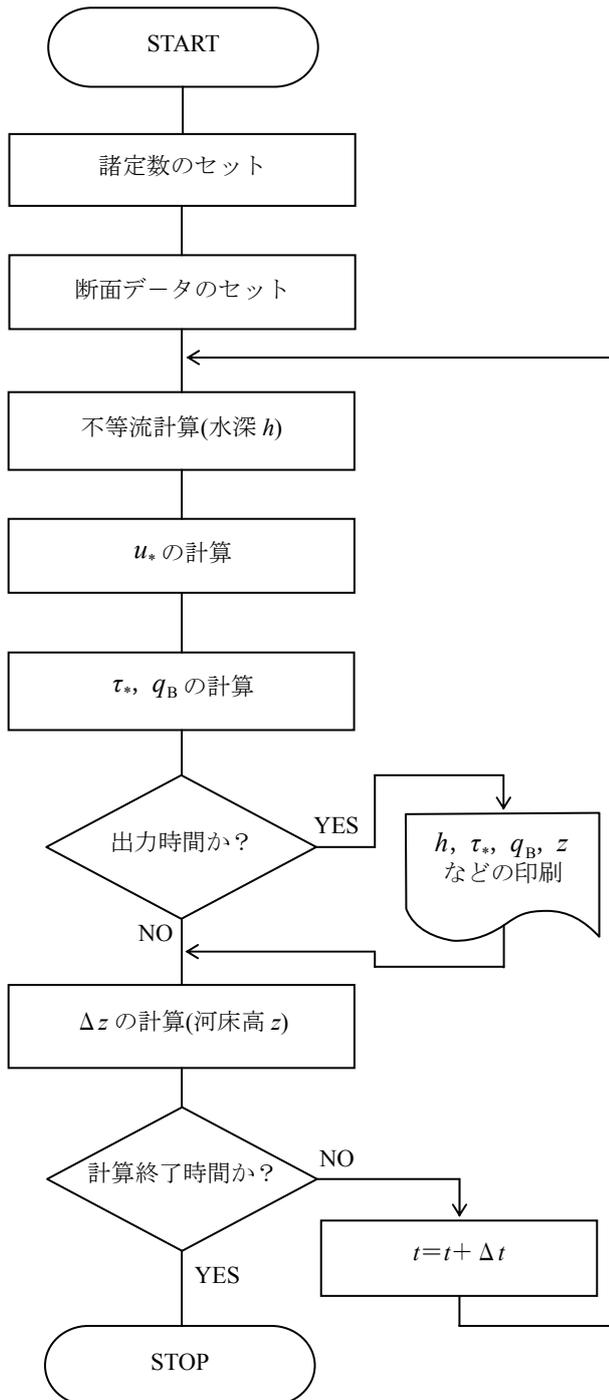


図-5.7 河床変動計算のフローチャート

(2) プログラムの変数説明

変数名	説明
G	重力加速度 g
S	砂粒子の水中比重 s
D	砂粒子の粒径 d (m)
RAMDA	空隙率 λ
Q	流量 q (m ³ /s)
SN	Manning の粗度係数 n
RL	水路長
DX	区間距離 Δx (m)
EPS	打ち切り誤差 ϵ
DT	計算時間隔 Δt (s)
ETIM	計算打ち切り時間 (s)
NJ	断面数
PTIM(I)	結果出力時間 (hr), $I=1\sim 6$
TIM	現在の時間 (s)
ITM	PTIM のポインター
KP(J)	下流端からの距離 (m)
B(J)	川幅 B (m)
Z(J)	河床高 z (m)
H(J)	水深 h (m)
H0	下流端水位 h_0 (m)
IE	エネルギー勾配 i_e
US(J)	摩擦速度 u_* (m/s)
QB(J)	単位幅掃流砂量 q_B (m ³ /s)
TS(J)	無次元掃流力 τ_*
DZ(J)	河床変動量 Δz (m)
WF	砂粒の沈降速度 w_f (m/s)
J	上流端からの断面番号 ($J=1\sim NJ$)

(3) プログラムの解説

①メイン・プログラム

行番号	解説
11~24	宣言文
27~50	定数の設定
54~64	断面データ (KP, B, z) の設定
68	沈降速度 w_f の計算 (②サブルーチン CALWF)
74	計算終了の判定
78~79	不等流計算 (③サブルーチン CALH)
83~85	u_* の計算
89	τ_* および q_B の計算 (⑥サブルーチン CALQB)
93~84	計算結果の出力 (④サブルーチン POUT)
98	Δz の計算 (⑤サブルーチン CALDZ)
100	時間の更新

②サブルーチン CALWF
粒径 d から沈降速度 w_f の計算する

行番号	解説
124	w_f の計算
125	w_f を m 単位にしている

③サブルーチン CALH
不等流計算 (1 階のニュートン法)

行番号	解説
157~165	下流側の計算
171~174	上流側の計算
175~177	収束条件による判定
178~181	ニュートン法による Δh の計算

④サブルーチン POUT
計算結果の出力

⑤サブルーチン CALDZ
河床変動量 Δz の計算

行番号	解説
263	$(q_B B) - (q_B B)_{j-1}$ の計算
264	差分式による Δz の計算
267	河床高 z の更新

⑥サブルーチン CALQB
Meyer-Peter-Müller 式による単位幅流砂量 q_B の計算

行番号	解説
289	τ_* の計算 (3・5) 式
290	q_B の計算 (4・8) 式

(4) プログラムのリスト

```

1 *****
2 *
3 * カシヨウ へトウケイサシ
4 * (1ジダシ)
5 * VER.2.11
6 *
7 * S62.7.6
8 *
9 *****
10
11 DIMENSION H(60)
12 DIMENSION Z(60)
13 DIMENSION B(60)
14 DIMENSION QB(60)
15 DIMENSION US(60)
16 DIMENSION TS(60)
17 DIMENSION DZ(60)
18
19 REAL KP(60)
20 REAL IE(60)
21
22 DIMENSION PTIM(6)
23
24 DATA PTIM(0, 0, 1, 4, 12, 24)/
25 *****
26
27 G=9.8
28 S=1.65
29 D=5/1000.
30 RAMDA=0.4
31 Q=1000.
32 SN=0.02
33 RL=3000.
34 DX=100.
35
36 EPS=0.001
37 DT=10.
38 ETIM=10.
39
40 *-----*
41
42 NJ=RL/DX+1
43
44 PTIM(2)=DT
45 DO 100 I=3, 10
46 PTIM(I)=PTIM(I)*3600
47 100 CONTINUE
48

```

```

49 TIM=0.0
50 ITM=1
51 *****
52 *****
53 *****
54 DO 110 J=NJ, 1, -1
55 KP(J)=(NJ-J)*DX
56 B(J)=100.
57 Z(J)=KPF(J)/1000.
58 IF (KP(J).GT.1000..AND.KP(J).LE.1500.) THEN
59 Z(J)=Z(J)+(KP(J)-1000.)/1000.
60 END IF
61 IF (KP(J).GT.1500..AND.KP(J).LT.2000.) THEN
62 Z(J)=Z(J)+.5-(KP(J)-1500.)/1000.
63 END IF
64 110 CONTINUE
65 *****
66 WF *****
67
68 CALL CALWF(D, WF)
69
70 *****
71 *****
72 200 CONTINUE
73
74 IF (TIM.GT.ETIM) GO TO 900
75 *****
76 *****
77 *****
78 H0=3.02
79 CALL CALH(H, Z, B, Q, SN, H0, G, DX, EPS, IE, NJ)
80 *****
81 US *****
82 *****
83 *****
84 *****
85 *****
86 *****
87 *****
88 *****
89 *****
90 *****
91 *****
92 *****
93 *****
94 *****
95 *****
96 *****
97 *****

```



```

196 * PRINT OUT
197
198 *****
199
200 SUBROUTINE POUT
201 (NJ, TIM, ITM, H, Z, B, DZ, US, TS, QB, KP, IE, DT, SN, Q, WF)
202
203 DIMENSION B(60)
204 DIMENSION DZ(60)
205 DIMENSION H(60)
206 DIMENSION Z(60)
207 DIMENSION QB(60)
208 DIMENSION TS(60)
209 DIMENSION US(60)
210 DIMENSION PTIM(6)
211
212 REAL IE(60)
213 REAL KP(60)
214
215 WRITE(6, 600)
216 600 FORMAT(1H1, 10X, '*****  #Zヨウ ベクトル  #件# *****')
217 WRITE(6, 610) Q, SN, DT
218 610 FORMAT(1H0, 15X, 'Q=', F10.1, '(M3/S)', 5X, 'N=', F5.3, 5X, 'DT=',
219 * F10.1, 'S')
220 IF (TIM.LT.3600) THEN
221 WRITE(6, 615) TIM
222 615 FORMAT(1H, 10X, 'TIME=', F8.1, 'S')
223 ELSE
224 WRITE(6, 620) TIM/3600.
225 620 FORMAT(1H, 10X, 'TIME=', F8.1, 'HR')
226 END IF
227 WRITE(6, 630)
228 630 FORMAT(1H, 'NO KP B (M) Z(M) DZ(MM) H(M) H-Z'
229 * 7X, 2HE, 10X, 2HU*, 10X, 2HT*, 7X, 2HQB)
230
231 DO 100 J=NJ, 1, -1
232 USPWF=US(J)/WF
233 WRITE(6, 640) NJ-J+1, KP(J), B(J), Z(J), DZ(J)*1000., H(J), H(J)+Z(J),
234 * IE(J), US(J), TS(J), QB(J)
235 640 FORMAT(1H, 12, F5.0, F6.1, 4F6.2, 3E12.4, E12.4)
236 WRITE(6, 650) NJ-J+1, KP(J), B(J), Z(J), DZ(J)*1000., H(J), H(J)+Z(J)
237 * IE(J), US(J), TS(J), QB(J)
238 650 FORMAT(1H, 12, F5.0, F6.1, 4F6.2, 3E12.4, E12.4)
239 100 CONTINUE
240 ITM=ITM+1
241 900 CONTINUE
242 RETURN
243 END
244
245
246 *****
247
248 * DZ / #件#
249 *
250 *
251 *****
252
253 SUBROUTINE CALDZ(NJ, RAMDA, DT, DZ, Z, B, QB, DX)
254
255 DIMENSION Z(60) #Zヨウ# (IO)
256 DIMENSION DZ(60) !DZ (OUT)
257 DIMENSION B(60) #B (IN)
258 DIMENSION QB(60) #QB (IN)
259
260 DO 100 J=1, NJ
261 JJ=J-1
262 IF (J.EQ.1) GO TO 110
263 DQB=QB(J)*B(J)-QB(JJ)*B(JJ)
264 DZB=1./(-RAMDA)*DQB*DT/(DX*B(J))
265 110 CONTINUE
266 DZ(J)=-DZB
267 Z(J)=Z(J)+DZ(J)
268 100 CONTINUE
269
270 RETURN
271 END
272
273
274 *****
275 *
276 * CAL OF QB (#件#)
277 *
278 *
279 *****
280
281 SUBROUTINE CALQB(NJ, S, G, D, US, QB, TS)
282
283 DIMENSION QB(60) #QB (OUT)
284 DIMENSION US(60) !U. (IN)
285 DIMENSION TS(60) !T. (IN)
286
287 TSC=.05
288 DO 100 J=1, NJ
289 TS(J)=US(J)**2/(S*G*D)
290 QB(J)=8.*(TS(J)-TSC)**1.5*SQRT(S*G*D**3)
291 100 CONTINUE
292
293 RETURN

```

